1. MEHANIKA

1. UVOD (1.1. - 1.21.)

1.1. Mikrometarskim vijkom odredili ste debljinu jedne vlasi d = 0,12 mm. Kolika je ta debljina izražena
potencijama od deset u metrima?

1 [m] = 1000 [mm] = 10^3 [m]
1 [mm] = 0,001 [m] = 10^{-3} [m]

$$0,12 \text{ [mm]} = 1,2 \times 10^{-4} \text{ [m]}$$

1.2. Srednji je polumjer Zemlje 6370 km. Koliko je to izraženo potencijama od deset u metrima?

1 [km] = 1000 [m]
6370 [km] = 6370000 [m]

$$6370000 \text{ [m]} = 6,37 \times 10^6 \text{ [m]}$$

1.3. Duljina vala helijeve plave spektralne linije iznosi 4,471 $\times 10^{-4}$ mm. Izrazi taj podatak u centimetrima
i metrima potencijama od deset.

1 [mm] = 0,1 [cm] = 10^{-1} [cm]

$$4,471 \times 10^{-4} \text{ [mm]} = 4,471 \times 10^{-5} \text{ [cm]} = 4,471 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

1.4. Srednja je udaljenost između Sunca i Zemlje 150 milijuna kilometara. Kolika je ta udaljenost
izražena potencijama od deset u: a) kilometrima, b) metrima?

1000000 = 10^6

$$150000000 \text{ [km]} = 1,5 \times 10^8 \text{ [km]} = 1,5 \times 10^{11} \text{ [m]}$$

1.5. Kojeg je reda veličine vremenski interval od godine dana izražen u sekundama?

1 [god] = 365 [dana] = 8760 [sati] = 31536000 [s]

$$1 \text{ [god]} = 3,1536 \times 10^7 \text{ [s]} \sim 10^7$$

1.6. Vrlo velike udaljenosti mjerimo tzv. godinama svjetlosti. To je udaljenost koja je jednaka putu što ga
svjetlost prevali u jednoj godini. Koji red veličine ima ta jedinica izražena u metrima?

brzina svjetlosti c = 300000 [km/s] = 300000000 [m/s] = 3×10^8 [m/s]
1 [god] = $3,1536 \times 10^7$ [s]

$$3 \times 10^{8} \times 3{,}1536 \times 10^{7} = 9{,}4608 \times 10^{15}\ [m] \sim 10^{16}$$

1.7. U modelu Sunčeva sustava umanjenome $4{,}4 \times 10^{9}$ puta prema pravim udaljenostima Neptun je od
Sunca udaljen 1,0 km. Koliki je red veličine te udaljenosti izražene u metrima?

1 [km] = 1000 [m] = 10^{3} [m]

$$4{,}4 \times 10^{9} \times 10^{3} = 4{,}4 \times 10^{12}\ [m] \sim 10^{12}$$

1.8. Maglica u Andromedi, galaksija najbliža našoj, nalazi se 10^{22} m daleko. Koliko je to godina
svjetlosti?

1 godina = $3{,}1536 \times 10^{7}$ [s]
brzina svjetlosti = 3×10^{8} [m/s]
1 svjetlosna godina = $3{,}1536 \times 10^{7} \times 3 \times 10^{8} = 9{,}4608 \times 10^{15}$ [m]

$$10^{22} : 9{,}4608 \times 10^{15} = 1{,}056993 \times 10^{6}\ \text{[svjetlosnih godina]} \sim 10^{6}$$

1.9. Rentgenske su zrake elektromagnetski valovi duljine $1{,}5 \times 10^{-6}$ [mm] do 10^{-8} [mm]. Koliki je red veličine tih granica ako valne duljine izrazimo metrima?

1 [mm] = 10^{-3} [m]

$1{,}5 \times 10^{-6}$ [mm] = $1{,}5 \times 10^{-9}$ [m]
10^{-8} [mm] = 10^{-11}[m]

1.10. Koliki je red veličine mase elektrona iskazane jedinicom SI?

m = $1{,}66 \times 10^{-27}$ [g]

$$1{,}66 \times 10^{-27}\ [g] = 1{,}66 \times 10^{-30}\ [kg] \sim 10^{-30}$$

1.11. Zbroji zadane podatke imajući na umu pouzdana mjesta: 18,425 cm, 7,21 cm i 5,0 cm.

$$\begin{array}{r} 18{,}4\underline{25} \\ +\ 7{,}2\underline{1} \\ 5{,}0 \\ \hline 30{,}6\underline{35} \end{array} \sim 30{,}6\ [cm]$$

1.12. Koliko će pouzdanih mjesta imati zbroj ovih podataka: 70,3 cm, 7 mm i 0,66 mm?

$$\begin{array}{r} 703 \\ +\quad 7 \\ 0{,}\underline{66} \end{array}$$

710,$\underline{66}$ ~ 711 [mm]

1.13. Zbroji zadane vrijednosti pazeći na pouzdane znamenke: 12 m, 20 dm i 16 dm.

12
\+ 2
1,$\underline{6}$

15,$\underline{6}$ ~ 16 [m]

1.14. Oduzmi 0,2 kg od 34 kg i pritom imaj na umu pouzdane znamenke.

34
\- 0,$\underline{2}$

33,$\underline{8}$ ~ 34 [kg]

1.15. Oduzmi 632 mm 148 mm od 4,0 m i pritom pazi na pouzdana mjesta.

4,0
\- 0,6$\underline{32}$
0,1$\underline{48}$

3,2$\underline{20}$ ~ 3,2 [m]

1.16. Pomnoži ove brojeve pazeći na pouzdana mjesta: a) 2,21 × 0,3, b) 2,02 × 4,113.

a) 2,21 × 0,3

000
\+ 6$\underline{63}$

0,6$\underline{63}$ ~ 0,7

b) 2,02 × 4,113

808
\+ 20$\underline{2}$
2$\underline{02}$
$\underline{606}$

8,30$\underline{826}$ ~ 8,31

1.17. Koliki je kvocijent brojeva 14,28 i 0,714 ako pritom ne zaboravimo pouzdana mjesta?

14,28 : 0,714 = 14280 : 714 = 20 ~ 20,0
00
0

1.18. Koliki su rezultati ovih operacija: a) 0,032 : 0,0040, b) 97,52 : 2,54? Imaj na umu pouzdana mjesta.

a) 0,032 : 0,0040 = 320 : 40 = 8 ~ 8,0
0

b) 97,52 : 2,54 = 9752 : 254 = 3,839 ~ 3,84
2132
1000
2380
94...

1.19.Izmjerili ste dimenzije lista papira a = 208 mm i b = 15 cm. Koliki su opseg i površina lista?
a = 208 mm = 20,<u>8</u> cm
b = 15 cm

o = 2 × a + 2 × b
o = 2 × 20,<u>8</u> + 2 ×15
o = 41,<u>6</u> + 30
o = 71,<u>6</u> ~ 72 [cm]

P = a × b
P = 20,<u>8</u> × 15
P = 31<u>2</u> ~ 310 [cm^2]
1.20. Pomičnom mjerkom izmjerili ste promjer kugle iz kugličnog ležaja 4,4 mm. Koliki je obujam?

d = 4,4 [mm] $\Rightarrow$ r = 2,2 [mm]
V = ?

$$V = \frac{4}{3} r^3 \pi$$
$$V = \frac{4}{3} 2{,}2^3 \pi$$
$$V = 44 \left[mm^3\right]$$

1.21 Nekoliko uzastopnih mjerenja debljine staklene pločice dalo je ove podatke: 2,2 mm, 2,25 mm, 2,0
mm, 2,1 mm, 2,17 mm. Kolika je srednja vrijednost tih podataka?

2,2 + 2,2<u>5</u> + 2,0 + 2,1 + 2,1<u>7</u> = 10,7<u>4</u>
10,7 : 5 = 2,1<u>4</u> ~ 2,1 [mm]

2. JEDNOLIKO PRAVOCRTNO GIBANJE (1.22. - 1.40.)

1.22. Kolika je brzina molekule nekog plina koja bez sudara prevali put 6 m za jednu stotinku sekunde?

$\Delta s = 6$ [m]
$\Delta t = 0{,}01$ [s]
v = ?

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{6}{0{,}01}$$

$$v = 600\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.23. Avion leti brzinom 800 km/h. Kolika je njegova brzina izražena u m/s?

v = 800 [km/h]

$$v = \frac{800[km]}{1[h]} = \frac{800000[m]}{3600[s]} = 222\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.24. Pješak svake sekunde prevali put 1,3 m. Kolika je njegova brzina izražena u km/h?

v = 1,3 [m/s]

$$v = \frac{\frac{1{,}3}{1000}[km]}{\frac{1}{3600}[h]} = \frac{1{,}3 \times 3600[km]}{1000 \times 1[h]} = \frac{4680[km]}{1000[h]} = 4{,}68\left[\frac{km}{h}\right] \cong 4{,}7\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.25. Čovjek čuje odjek svoga glasa od vertikalne stijene nakon 2 s. Kolika je udaljenost stijene od
čovjeka ako je brzina zvuka 340 m/s?

t = 2 [s] $\Rightarrow \Delta t = 1[s]$
v = 340 [m/s]
Δs = ?

$$\Delta s = v \times \Delta t$$
$$\Delta s = 340 \times 1$$
$$\Delta s = 340[m]$$

1.26. Brod prevali put 3000 milja za 5 dana i 20 sati. Kolika je prosječna brzina broda? Izrazi brzinu u
m/s i u čvorovima. Jedan čvor jest 1 milja na sat. Jedna morska milja jest 1852 m.

s = 3000 milja = 5556000 [m]
t = 5 dana i 20 sati = 140 [h] = 504000 [s]
v = ?

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{5556000}{504000}$$

$$\bar{v} = 11\left[\frac{m}{s}\right]$$

ili

$$\bar{v} = \frac{3000}{140}$$

$$\bar{v} = 21,4[\text{čvora}]$$

1.27. Za koje bi vrijeme tane stalne brzine v = 720 m/s prevalilo put jednak udaljenosti Zemlje od
Mjeseca? Srednja je udaljenost Mjeseca od Zemlje 382400 km.

v = 720 [m/s]
s = 382400 [km] = 382400000 [m]
t = ?

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{382400000}{720}$$

$$t = 531111[s]$$

t ~ 6 dana i 4 sata

1.28. Za koliko sati se napuni spremnik obujma 400 m^3 vodom koja utječe kroz cijev promjera 120 mm
brzinom 2 m/s?

V = 400 [m^3]
d = 120 [mm] =0,12 [m]
v = 2 [m/s]
t = ?

$$S = \frac{d^2\pi}{4}$$

$$S = \frac{0,12^2 \times \pi}{4}$$

$$S = 0,011[m^2]$$

$$t = \frac{V}{S \times v}$$

$$t = \frac{400}{0,011 \times 2}$$

$$t = 17683[s]$$

t ~ 4 [h] i 56 [min]

1.29. Koliko je sekundi opterećen most dugačak 80 m ako preko njega prelazi vlak dugačak 80 m
brzinom 80 km/h?

s = 80 + 80 = 160 [m]

$v = 80\ [km/h] \Rightarrow v = \frac{80000[m]}{3600[s]} = 22{,}22\left[\frac{m}{s}\right]$

t = ?

$$t = \frac{s}{v}$$
$$t = \frac{160}{22{,}22}$$
$$t = 7{,}2[s]$$

1.30. Koliko je opterećen most dugačak 80 m ako preko njega prelazi kolona vojnika dugačka 100 m
brzinom 2 m/s?

s = 80 + 100 = 180 [m]
v = 2 [m/s]
t = ?

$$t = \frac{s}{v}$$
$$t = \frac{180}{2}$$
$$t = 90[s]$$

1.31. Kolikom se srednjom brzinom giba Zemlja oko Sunca ako je srednja udaljenost od Zemlje od Sunca
$1{,}507 \times 10^8$ km, a jedna godina ima 365,25 dana?

$r = 1{,}507 \times 10^8$ [km]
Δt = 365,25 [dana] = 31557600 [s]
$\bar{v}$ = ?

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{2r\pi}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{2 \times 1{,}507 \times 10^8 \times \pi}{31557600}$$

$$\bar{v} = 30\left[\frac{km}{s}\right]$$

1.32. Pješak za 2 minute učini 200 koraka. Odredi brzinu pješaka u km/h i m/s ako je duljina koraka 70
cm.

s = 200[koraka] × 70 [cm] = 14000 [cm] = 140 [m]
t = 2 [min] = 120 [s]
v = ?

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{140[m]}{120[s]}$$

$$v \approx 1{,}2\left[\frac{m}{s}\right]$$

ili

$$v = \frac{0{,}14[km]}{0{,}033[h]}$$

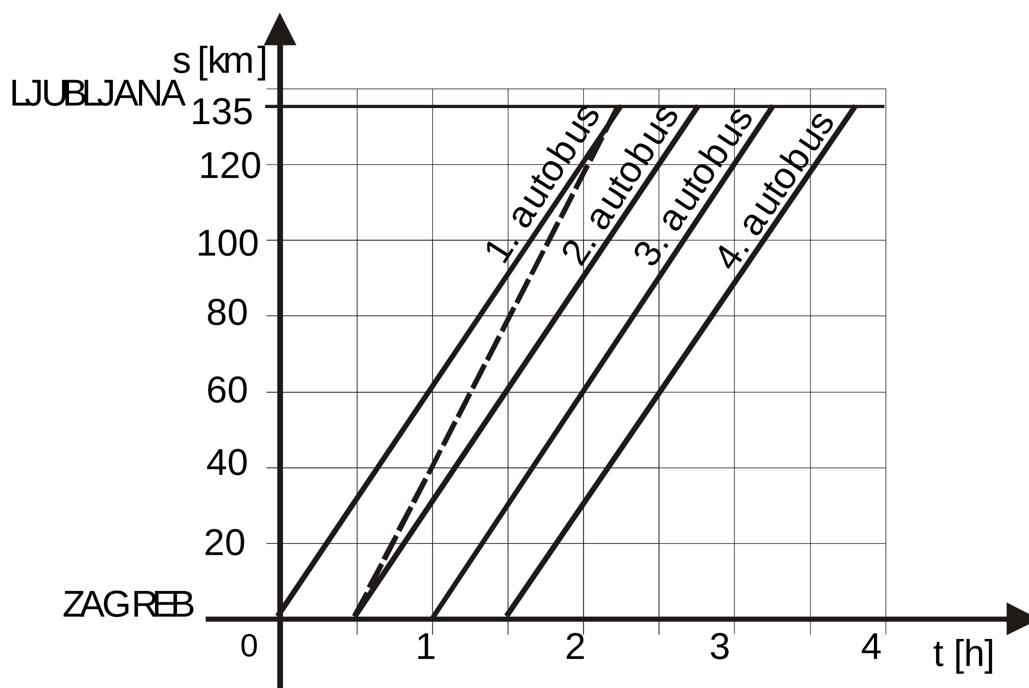
$$v \approx 4{,}2\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.33. Kolika je brzina reaktivnog zrakoplova izražena u km/h ako je zrakoplov dostigao zvučnu brzinu.
(Brzina zvuka je 340 m/s.)

$$v = \frac{\frac{340}{1000}[km]}{\frac{1}{3600}[h]} = \frac{340 \times 3600}{1000 \times 1} = \frac{1224000}{1000} = 1224\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.34. Iz Zagreba prema Ljubljani kreće svakih pola sata jedan autobus koji ima srednju brzinu 60 km/h.
Udaljenost je od Zagreba do Ljubljane 135 km. a) Prikažite grafički ovisnost puta o vremenu za
nekoliko autobusa, b) Kolika bi morala biti brzina drugog autobusa da u Ljubljanu stigne istodobno
s prvim? Nađi rezultat računski i grafički.

a)

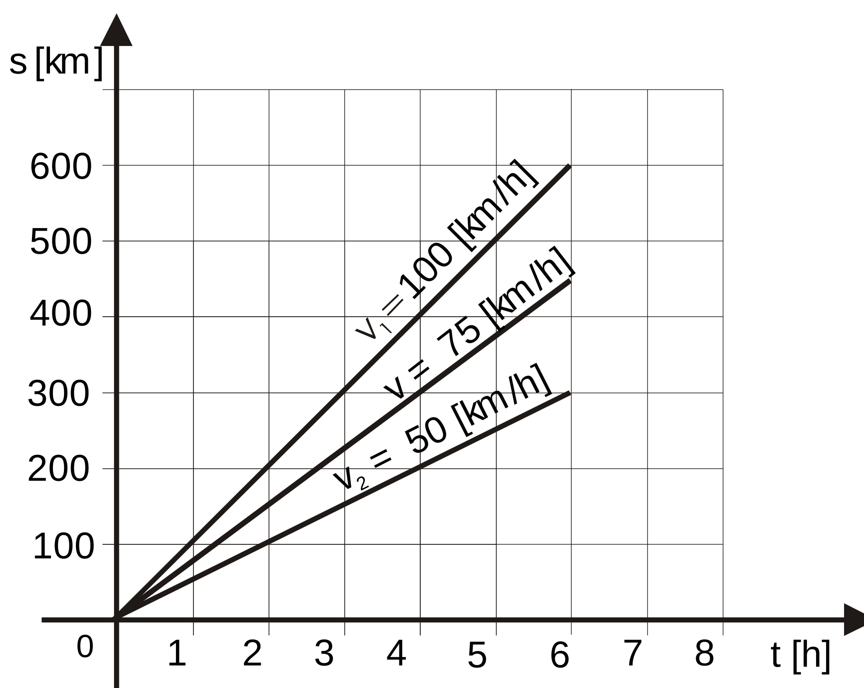


b)

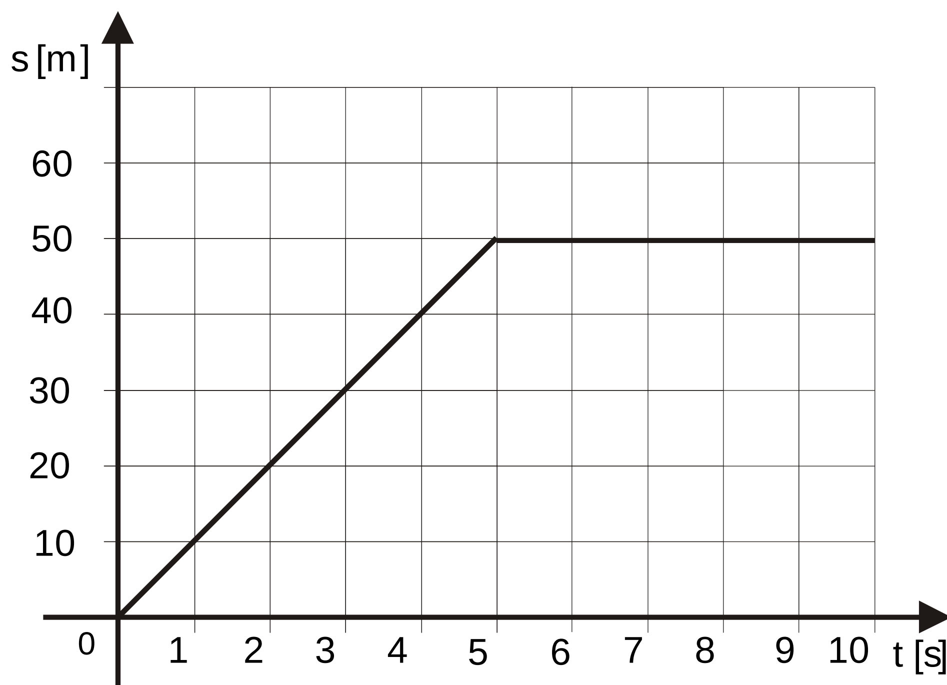
$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\bar{v}} = \frac{135}{60} = 2{,}25[h] \qquad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{135}{2{,}25 - 0{,}5} = \frac{135}{1{,}75} \approx 77\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.35. Auto se giba srednjom brzinom v = 75 km/h. a) Prikaži grafički put auta za 6 sati. b) Prikaži isti put

ako se auto giba brzinom v_1 = 100 km/h i brzinom v_2 =50 km/h.



1.36. Kakvo gibanje predočuje grafikon na slijedećoj slici? Što možeš reći o brzini tijela? Odredi put što
ga je tijelo prešlo za 3 s, 5 s i za 9 s.



Grafikon predočuje gibanje koje je jednoliko (gibanje stalnom brzinom) do pete sekunde, a nakon toga tijelo se prestalo gibati.

Brzina tijela do pete sekunde:

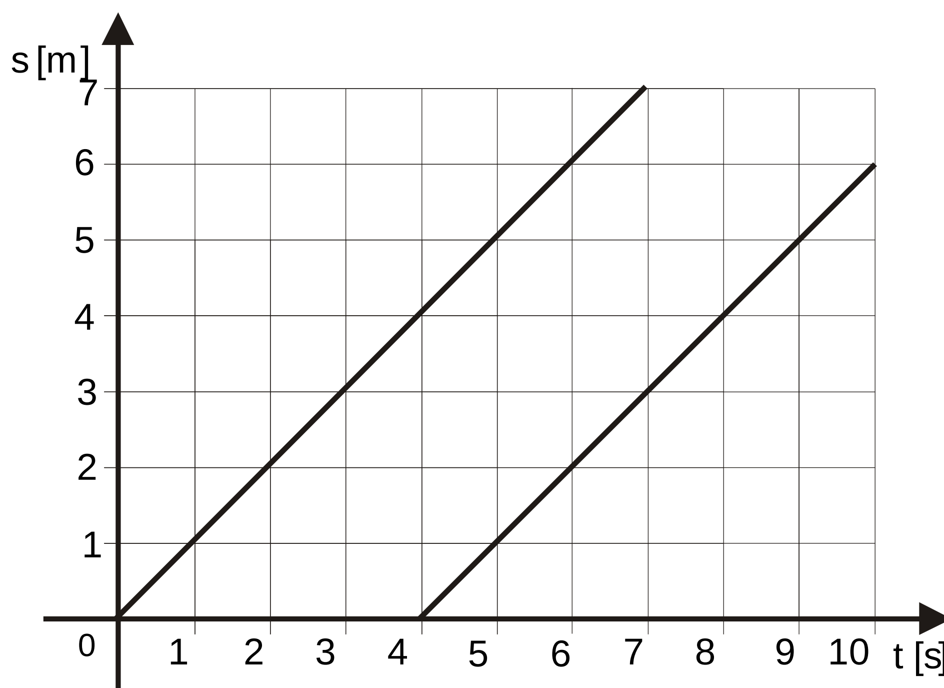
$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50}{5} = 10\left[\frac{m}{s}\right]$$

Brzina tijela nakon pete sekunde:

$$\bar{v} = 0\left[\frac{m}{s}\right]$$

Prijeđeni put tijela nakon 3 sekunde: 30 [m]
Prijeđeni put tijela nakon 5 sekundi: 50 [m]
Prijeđeni put tijela nakon 9 sekundi: 50 [m]

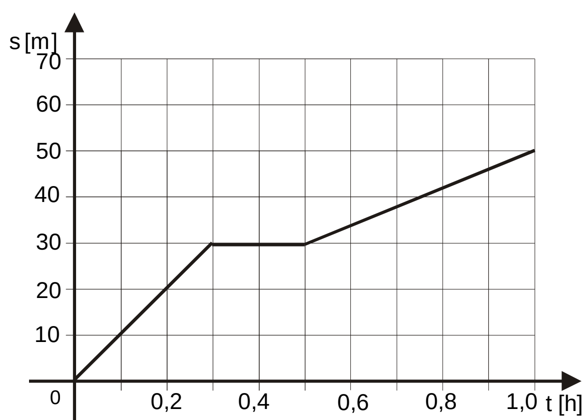
1.37. a) Kakva gibanja prikazuje grafikon na slijedećoj slici? b) Kolike su brzine? c) Koliko su tijela bila
udaljena u času kad se drugo tijelo pokrenulo? d) Za koliko se vremena drugo tijelo pokrenulo
kasnije od prvoga? e) Može li drugo tijelo stići prvo?



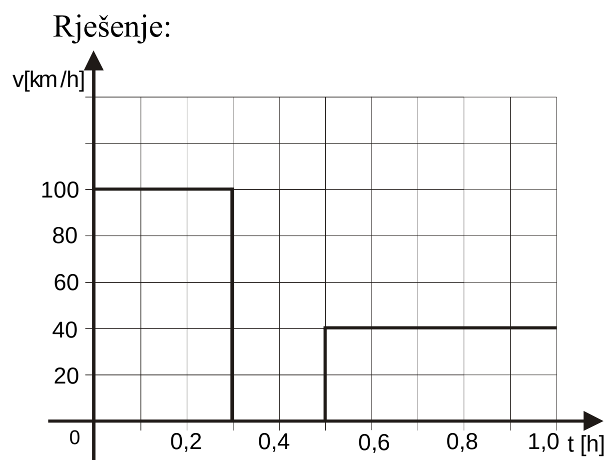
a) Gibanja su jednolika.
b) Brzine su jednake i iznose 1 [m/s].
c) Kad se drugo tijelo pokrenulo prvo je već prošlo put od 4 metra, pa je udaljenost između tijela 4 m.
d) Drugo tijelo pokrenulo se 4 sekunde nakon što je krenulo prvo tijelo.
e) Drugo tijelo ne može stići prvo tijelo jer se giba istom brzinom kao i prvo tijelo, a krenulo je kasnije 4s.

1.38. Na slijedećoj slici zadan je grafikon puta nekog gibanja. Nacrtaj grafikon brzine za to gibanje.

Koliki je put što ga je tijelo prešlo u prvih 0,5 h?



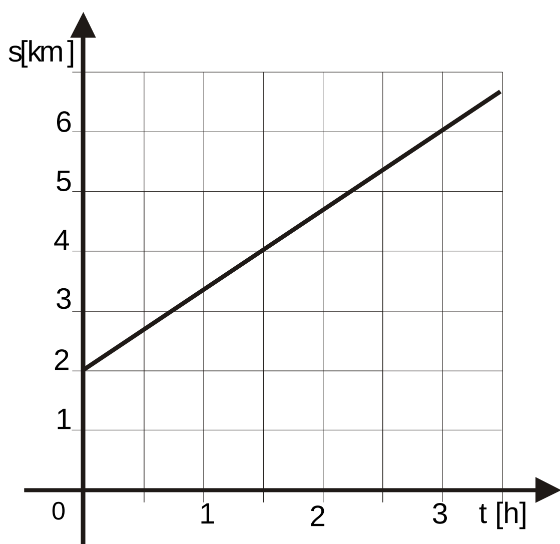
Rješenje:

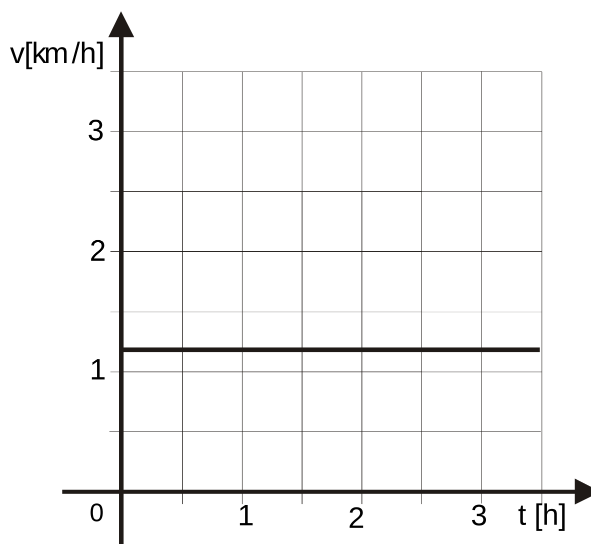


$\Delta s = 30$ [m]

1.39. Pomoću zadanoga grafikona na slijedećoj slici nacrtaj grafikon brzine. Koliki je put što ga je tijelo
prešlo za prva 3 h?

Rješenje:



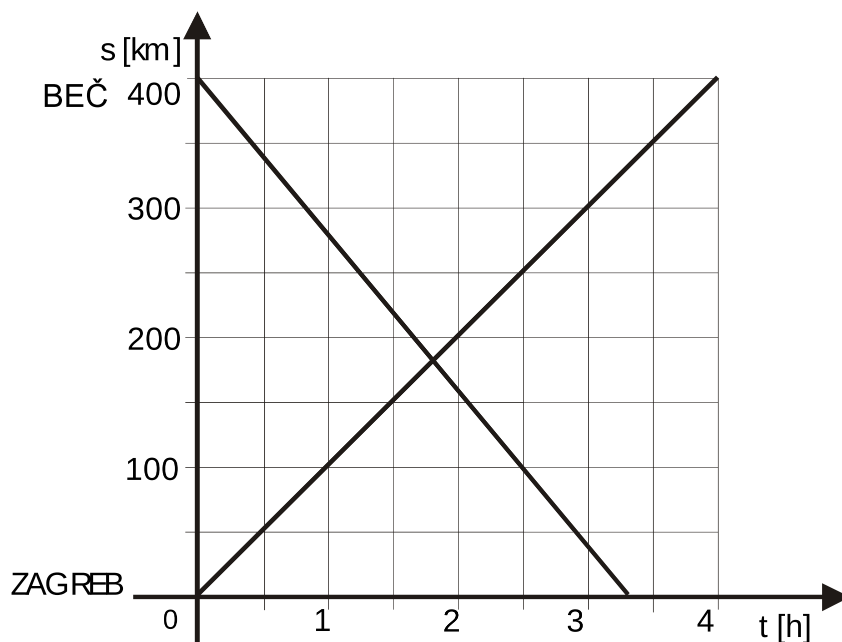


Prijeđeni put za 3 sata je 4 kilometra.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{4[km]}{3[h]} = 1{,}33\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.40. Udaljenost od Zagreba do Beča je 400 km. Istodobno iz oba grada krene po jedan vlak, i to vlak iz
Zagreba srednjom brzinom 100 km/h, a vlak iz Beča srednjom brzinom 120 km/h. a) Nacrtaj
ovisnost puta o vremenu za svaki vlak. b) Odredi računski i grafički mjesto susreta vlakova.

a)



b) Vlakovi će se sresti u trenutku kada su im vremena gibanja jednaka, tj. kada je vrijeme gibanja vlaka
iz Zagreba t_Z jednako vremenu gibanja vlaka iz Beča t_B.

$v_Z = 100$ [km/h]
$v_B = 120$ [km/h]

$$s_Z = \frac{v_Z}{t_Z} \qquad t_Z = t_B \qquad s_B = \frac{v_B}{t_B}$$

$$t_Z = \frac{v_Z}{s_Z} \qquad t_B = \frac{v_B}{s_B}$$

$$\frac{v_Z}{s_Z} = \frac{v_B}{s_B}$$

$$v_Z \times s_B = v_B \times s_Z$$

$$s = s_B + s_Z \Rightarrow s_B = s - s_Z$$

$$v_Z \times (s - s_Z) = v_B \times s_Z$$

$$v_Z \times s - v_z \times s_Z = v_B \times s_Z$$

$$s_Z \times (v_Z + v_B) = v_Z \times s$$

$$s_Z = \frac{v_Z \times s}{v_Z + v_B}$$

$$s_Z = \frac{100 \times 400}{100 + 120}$$

$$s_Z = \frac{40000}{220}$$

$$s_Z \cong 182[km]$$ od Zagreba

3. JEDNOLIKO UBRZANO I JEDNOLIKO USPORENO PRAVOCRTNO GIBANJE (1.41. - 1.63.)

1.41. Tri minute nakon polaska sa stanice vlak je postigao brzinu 56,2 km/h. Izračunaj njegovo srednje
ubrzanje u km/h^2 i u m/s^2 za te tri minute.

Δt = 3 [min] = 0,05 [h] = 180 [s]
Δv = 56,2 [km/h] = 15,61 [m/s]
a = ?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{56,2}{0,05}$$

$$a = 1124\left[\frac{km}{h^2}\right]$$

ili

$$a = \frac{15,61}{180}$$

$$a = 0,087\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.42. Vlak vozi uzbrdo jednoliko usporeno srednjom brzinom 14 m/s. Kolika mu je početna brzina ako je
konačna 6 m/s?

$\bar{v}$ = 14 [m/s]
v_K =6 [m/s]
v_P = ?

$$\bar{v} = \frac{v_P + v_K}{2}$$

$$v_P = 2 \times \bar{v} - v_K$$

$$v_P = 2 \times 14 - 6$$

$$v_P = 22\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.43. Tijelo se počinje gibati jednoliko ubrzano i u 10 sekundi prevali 120 m. Koliki put prijeđe to tijelo u
prve 4 sekunde?

$\Delta t = 10$ [s]
$\Delta s = 120$ [m]
t = 4 [s]
s = ?

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2}$$
$$a = \frac{2 \times 120}{10^2}$$
$$a = 2{,}4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{2{,}4}{2} \times 4^2$$
$$s = 19{,}2[m]$$

1.44. U trenutku kad se odvojio od zemlje zrakoplov je imao brzinu 255 km/h. Prije toga se ubrzavao
na betonskoj pisti prevalivši 850 m. Kako se dugo zrakoplov kretao po zemlji prije nego što je
uzletio i kojom akceleracijom? Pretpostavimo da je gibanje bilo jednoliko ubrzano.
v = 255 [km/h] = 70,8 [m/s]
s = 850 [m]
t = ?, a = ?

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{70{,}8^2}{2 \times 850}$$
$$a = 2{,}95\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s}{a}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 850}{2{,}95}}$$
$$t = 24[s]$$

1.45. Tijelo se giba jednoliko ubrzano i u osmoj sekundi prevali 30 m. Izračunaj: a) kolikom se
akceleracijom tijelo giba, b) kolika mu je brzina na kraju osme sekunde, c) koliki put tijelo prevali
u prvoj sekundi?

$s_8 - s_7 = 30$ [m]
a = ?, v = ?, s_1 = ?

$$s_8 - s_7 = \frac{a}{2} \times t_8^2 - \frac{a}{2} t_7^2$$

$$30 = \frac{a}{2} \times 8^2 - \frac{a}{2} 7^2$$

$$30 = \frac{a}{2} \times (64 - 49)$$

$$30 = \frac{a}{2} \times 15$$

$$a = \frac{2 \times 30}{15}$$

$$a = 4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$v = a \times t$$

$$v = 4 \times 8$$

$$v = 32\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$s_1 = \frac{a}{2} \times t_1^2$$

$$s_1 = \frac{4}{2} \times 1^2$$

$$s_1 = 2[m]$$

1.46. Kolika je akceleracija tijela koje se giba jednoliko ubrzano, a za vrijeme osme i devete sekunde

zajedno prevali put 40 m?

s_9 - s_7 = 40 [m]

a = ?

$$s_9 - s_7 = \frac{a}{2}(t_9^2 - t_7^2)$$

$$40 = \frac{a}{2}(9^2 - 7^2)$$

$$40 = \frac{a}{2}(81 - 49)$$

$$a = \frac{2 \times 40}{32}$$

$$a = 2{,}5\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.47. Automobil za vrijeme kočenja vozi jednoliko usporeno i pritom mu se brzina umanjuje za 2 m/s^2.

Deset sekundi nakon početka kočenja auto se zaustavio. Koliku je brzinu imao auto u času kad je

počeo kočiti? Koliki je put prevalio za vrijeme kočenja?

a = 2 [m/s^2]

t = 10 [s]

v = ?, s = ?

$$v = a \times t$$

$$v = 2 \times 10$$

$$v = 20\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s = \frac{2}{2} \times 10^2$$

$$s = 100[m]$$

1.48. Vlak koji ima brzinu 20 m/s počinje se usporavati akceleracijom -0,4 m/s^2. Kad će se vlak zaustaviti
i koliki će put prevaliti za to vrijeme?

v = 20 [m/s]
a = 0,4 [m/s^2]
t = ?, s = ?

$$t = \frac{v}{a} \qquad s = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$t = \frac{20}{0,4} \qquad s = \frac{0,4}{2} \times 50^2$$

$$t = 50[s] \qquad s = 500[m]$$

1.49. Tijelo je za 12 s prevalilo put 540 cm. Pritom se prvih 6 sekundi gibalo jednoliko ubrzano, a
posljednjih 6 sekundi jednoliko brzinom koju je imalo na kraju šeste sekunde. Odredite put
prevaljen u prvoj sekundi i brzinu jednolikoga gibanja.

t = 12 [s]
s = 540 [cm]
s_1 = ?, v = ?

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 + v_6 \times t$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 + a \times 6 \times t$$

$$a = \frac{s}{\frac{t^2}{2} + 6 \times t}$$

$$a = \frac{540}{\frac{6^2}{2} + 6 \times 6}$$

$$a = 10\left[\frac{cm}{s^2}\right] = 0,1\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$v_6 = a \times t_6$$

$$v_6 = 10 \times 6$$

$$v_6 = 60\left[\frac{cm}{s}\right] = 0,6\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$s_1 = \frac{a}{2} \times t_1^2$$

$$s_1 = \frac{10}{2} \times 1^2$$

$$s_1 = 5[cm] = 0.05[m]$$

1.50. Koliko će dugo padati kamen s tornja visokoga 150 m? Otpor zraka možemo zanemariti.

s = 150 [m]
t = ?

$$s = \frac{1}{2} \times g \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 150}{9,81}}$$

$$t = 5,53[s]$$

1.51. Papirna vrpca giba se u horizontalnoj ravnini stalnom brzinom 90 cm/s. Na nju padaju istodobno
dvije počađene kugle koje se nalaze na istoj vertikali 20 m, odnosno 30 m iznad vrpce. Odredi
udaljenost mjesta gdje kugle padaju na vrpcu.

v = 90 [cm/s] = 0,9 [m/s]
h_1 = 20 [m]
h_2 = 30 [m]
s = ?

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times h_1}{g}} \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2 \times h_2}{g}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times 20}{9,81}} \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2 \times 30}{9,81}}$$

$$t_1 \approx 2[s] \qquad t_2 \approx 2,5[s]$$

$$s = v \times \Delta t$$

$$s = v \times (t_2 - t_1)$$

$$s = 0,9 \times (2,5 - 2)$$

$$s = 0,45[m] = 45[cm]$$

1.52. S koje visine mora padati voda na kotač vodenice da bi u času kad udari o kotač njezina brzina bila
15 m/s?

v = 15 [m/s]
h = ?

$$v^2 = 2 \times g \times h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \times g}$$

$$h = \frac{15^2}{2 \times 9,81}$$

$$h \approx 11,47[m]$$

1.53. Kako dugo pada tijelo sa stropa sobe visoke 317 cm? Kojom će brzinom tijelo pasti na pod? Kolika
mu je srednja brzina na putu od stropa do poda?

$h = 317$ [cm] $= 3{,}17$ [m]
$t = ?$, $v = ?$, $\bar{v} = ?$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} \qquad v = \sqrt{2 \times g \times h} \qquad \bar{v} = \frac{v_P + v_K}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}17}{9{,}81}} \qquad v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 3{,}17} \qquad \bar{v} = \frac{0 + 7{,}8}{2}$$

$$t = 0{,}8[s] \qquad v = 7{,}8\left[\frac{m}{s}\right] \qquad \bar{v} = 3{,}9\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.54. Dva tijela koja padaju s različitih visina, padnu na zemlju istog trenutka. Pri tome prvo tijelo
pada1 s, a drugo 2 s. Na kojoj je udaljenosti od zemlje bilo drugo tijelo kad je prvo počelo padati?

$t_1 = 1$ [s]
$t_2 = 2$ [s]
$h_2 - h_1 = ?$

$$h_1 = \frac{1}{2} \times g \times t_1^2 \qquad h_2 = \frac{1}{2} \times g \times t_2^2$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 1^2 \qquad h_2 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 2^2 \qquad h_2 - h_1 = 19{,}62 - 4{,}905$$

$$h_1 = 4{,}905[m] \qquad h_2 = 19{,}62[m] \qquad h_2 - h_1 = 14{,}715[m]$$

1.55. Tijelo pada slobodno s tornja visokoga 150 m. Razdijelite tu visinu u takva dva dijela tako da za
svaki dio tijelu treba jednako vrijeme.

$h = 150$ [m]
$t_1 = t_2$
$h_1 = ?$, $h_2 = ?$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} \qquad t_1 = t_2 = \frac{t}{2} \qquad h_1 = \frac{1}{2} \times g \times t_1^2 \qquad h_2 = h - h_1$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 150}{9{,}81}} \qquad t_1 = t_2 = \frac{5{,}53}{2} \qquad h_1 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 2{,}765^2 \qquad h_2 = 150 - 37{,}5$$

$$t = 5{,}53[s] \qquad t_1 = t_2 = 2{,}765[s] \qquad h_1 = 37{,}5[m] \qquad h_2 = 112{,}5[m]$$

1.56. Sa žlijeba na krovu kuće svakih 0,2 s padne kap vode. Koliko će međusobno biti udaljene prve četiri
kapi 2 s pošto je počela padati prva kap?

$t = 2$ [s]
$\Delta t = 0{,}2$ [s]
$s_1 = ?$, $s_2 = ?$, $s_3 = ?$, $s_4 = ?$

$$s_1 = \frac{1}{2} \times g \times t_1^2 \qquad s_2 = \frac{1}{2} \times g \times (t - \Delta t)^2$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 2^2 \qquad s_2 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times (2 - 0{,}2)^2$$

$$s_1 = 19{,}62[m] \qquad s_2 = 15{,}89[m]$$

$$s_3 = \frac{1}{2} \times g \times (t - 2 \times \Delta t)^2$$

$$s_3 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times (2 - 2 \times 0{,}2)^2$$

$$s_3 = 12{,}56[m]$$

$$s_4 = \frac{1}{2} \times g \times (t - 3 \times \Delta t)^2$$

$$s_4 = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times (2 - 3 \times 0{,}2)^2$$

$$s_4 = 9{,}61[m]$$

$$s_1 - s_2 = 19{,}62 - 15{,}89 = 3{,}73[m]$$

$$s_2 - s_3 = 15{,}89 - 12{,}56 = 3{,}33[m]$$

$$s_3 - s_4 = 12{,}56 - 9{,}61 = 2{,}95[m]$$

1.57. Vlak se giba jednoliko ubrzano akceleracijom $a = 10$ km/h^2. Nacrtaj grafikon prevaljenog puta u
ovisnosti o vremenu za tri sata.

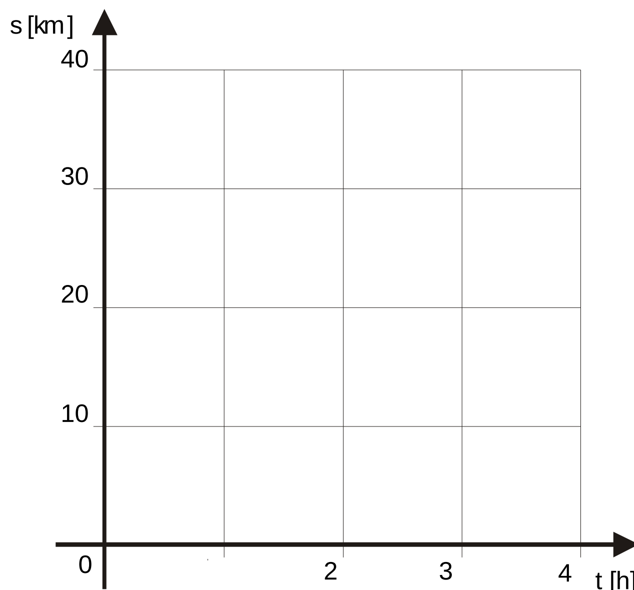
$a = 10$ [km/h^2]
$\Delta t = 3$ [h]
s - t, grafikon = ?

$t = 1$ [h] $\qquad$ $t = 2$ [h] $\qquad$ $t = 3$ [h]

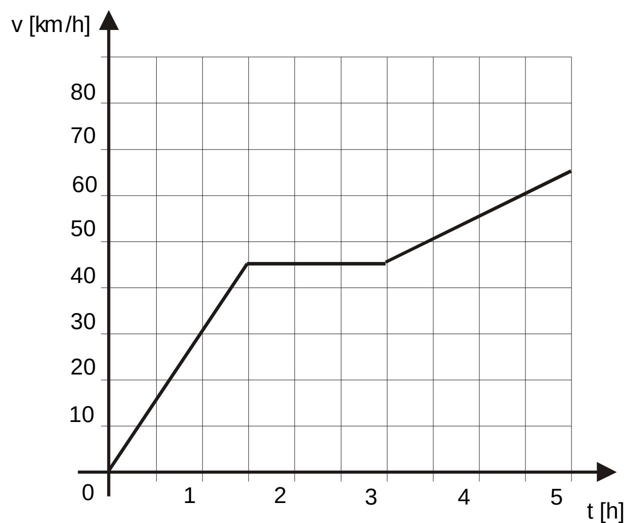
$s=\frac{1}{2}\times g\times t^2$ $\quad$ $s=\frac{1}{2}\times g\times t^2$ $\quad$ $s=\frac{1}{2}\times g\times t^2$

$s=\frac{1}{2}\times 9{,}81\times 1^2$ $\quad$ $s=\frac{1}{2}\times 9{,}81\times 2^2$ $\quad$ $s=\frac{1}{2}\times 9{,}81\times 3^2$

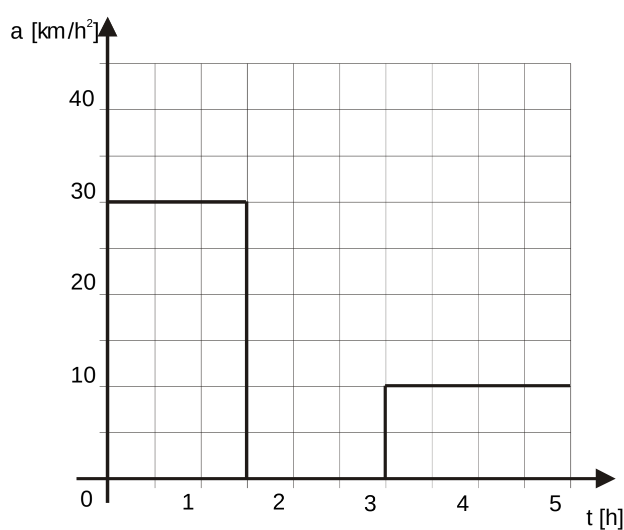
$s=4{,}905[\text{m}]$ $\quad$ $s=19{,}62[\text{m}]$ $\quad$ $s=44{,}145[\text{m}]$



1.58. Iz zadanoga grafikona brzine gibanja nekog tijela na slijedećoj slici nacrtaj grafikon akceleracije. Iz
zadanoga grafikona odredi put što ga je tijelo prevalilo za prva 3 sata te za prvih 5 sati.



Rješenje:

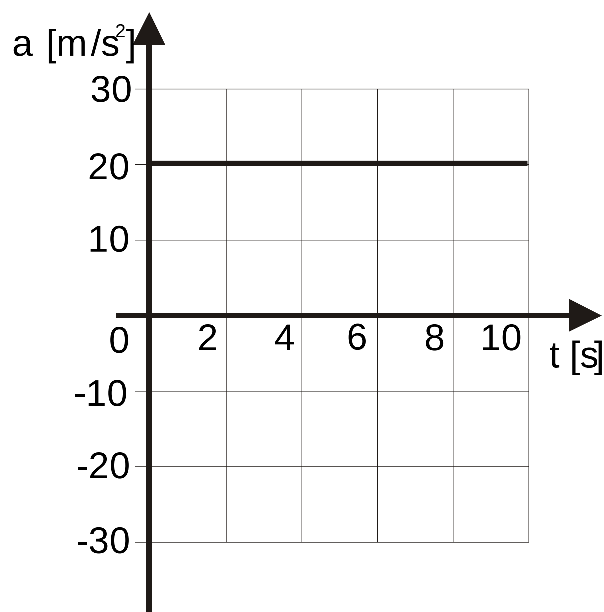


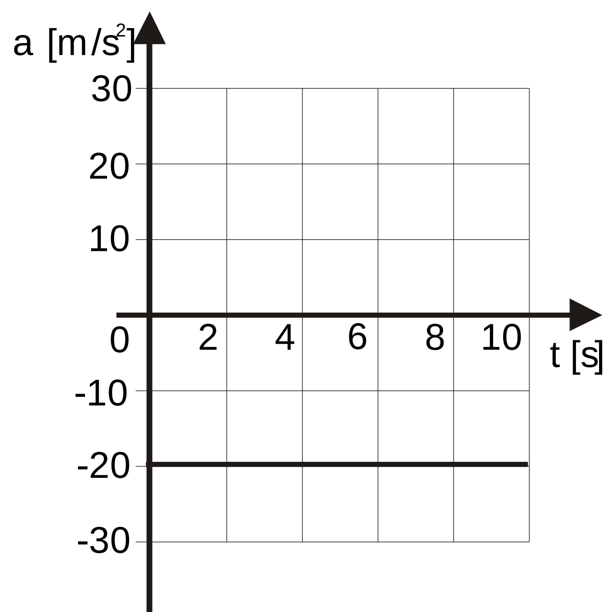
$$s_3=\frac{45\times 1{,}5}{2}+45\times 1{,}5=33{,}75+67{,}5=101{,}25[\text{km}]$$

$$s_5=s_3+45\times 2+\frac{20\times 2}{2}=101{,}25+90+20=211{,}25[\text{km}]$$

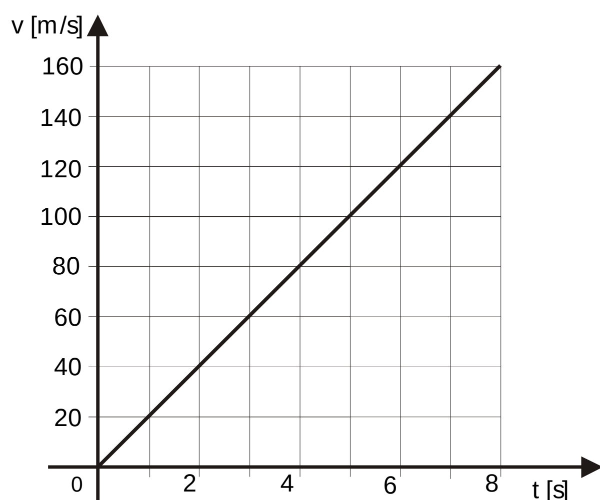
1.59. Na slijedećoj slici zadana su dva grafikona. Kakva gibanja oni predočuju? Nacrtaj grafikone

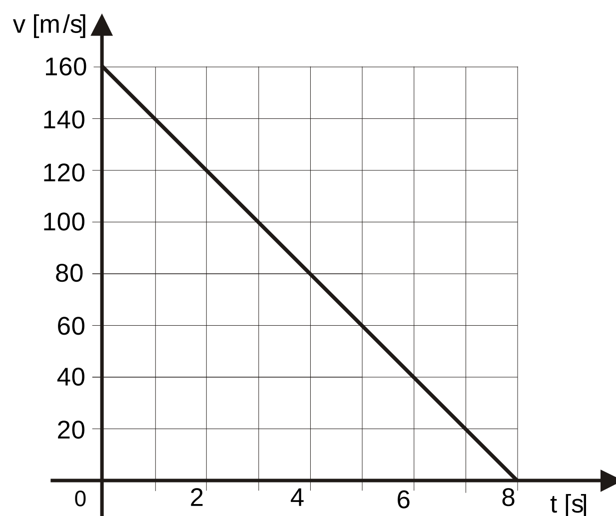
brzina za oba smjera. Koliki su putovi za oba primjera nakon 8 s gibanja?





Rješenja:





$$s_1 = s_2 = \frac{8 \times 160}{2} = 640[\text{m}]$$

1.60. Dizalo se u prve dvije sekunde podiže jednoliko ubrzano i postigne brzinu 2 m/s kojom nastavlja gibanje u iduće 4 sekunde. Posljednje dvije sekunde dizalo se podiže jednoliko usporeno jednakom akceleracijom koju je imalo u prve dvije sekunde, ali suprotnog predznaka. Nacrtaj grafikon brzine gibanja dizala te računski i grafički nađi visinu do koje se dizalo podiglo.

$t_1 = 2$ [s]
$v_2 = 2$ [m/s]
$t_2 = 4$ [s]
$t_3 = 2$ [s]
h = ?

Računski:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$a = \frac{2}{2}$$
$$a = 1\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

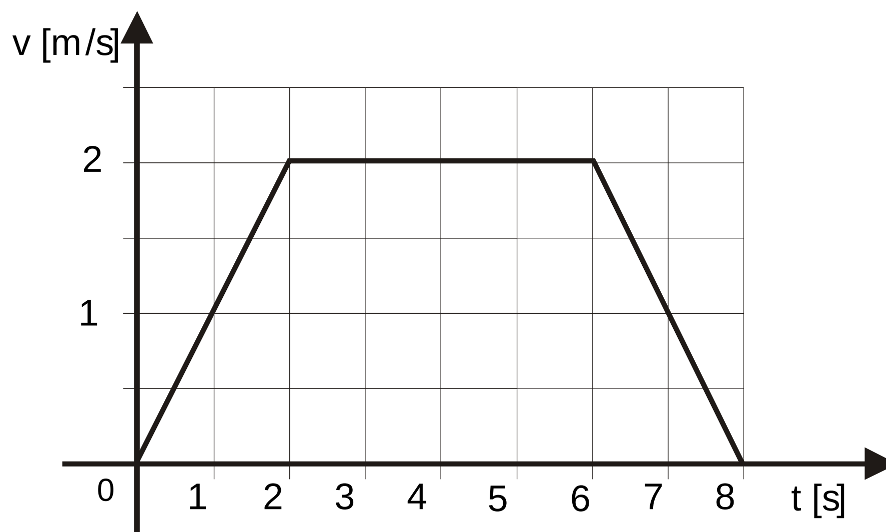
$$s_1 = \frac{1}{2} \times a \times t_1^2$$
$$s_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2$$
$$s_1 = 2[m]$$

$$s_2 = v_2 \times t_2$$
$$s_2 = 2 \times 4$$
$$s_2 = 8[m]$$

$$s_3 = \frac{1}{2} \times a \times t_3^2$$
$$s_3 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2$$
$$s_3 = 2[m]$$

$s = s_1 + s_2 + s_3$
$s = 2 + 8 + 2$
$s = 12$ [m]

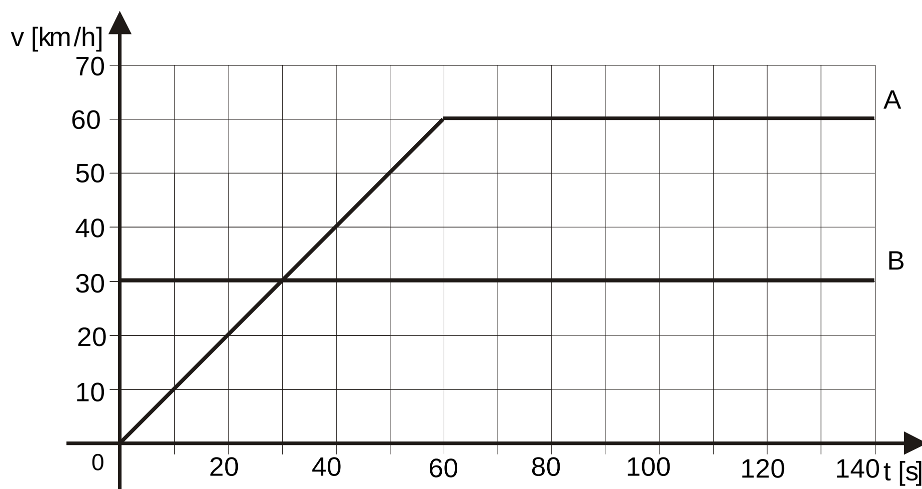
Grafički:



$$s = \frac{2 \times 2}{2} + 4 \times 2 + \frac{2 \times 2}{2} = 12[m]$$

1.61. Automobil A započeo je vožnju iz mirovanja. U istom ga času pretječe auto B koji vozi stalnom

brzinom. Na slijedećoj slici prikazan je grafikon njihovih brzina. Odgovori pomoću grafikona na
ova pitanja: a) Kada će oba auta imati jednake brzine? b) Koliko će u tom času auto B biti ispred
auta A? c) Kada će auto A dostići auto B i koliko je to mjesto daleko od početka gibanja auta A?
d) Kolika je njihova međusobna udaljenost nakon 2 minute vožnje?



a) Oba auta imati će jednake brzine nakon 30 sekundi.

b)

$$s_B = v_B \times t = \frac{30000}{3600} \times 30 = 250[\text{m}]$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$s_A = \frac{1}{2} \times a \times t^2 \qquad a = \frac{\frac{60000}{3600}}{60}$$

$$a = 0{,}28\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

$$s_A = \frac{1}{2} \times 0{,}28 \times 30^2$$

$$s_A = 126[\text{m}]$$

$$\mathbf{s_B - s_A = 250 - 126 = 124\ [m]}$$

c) Auto A sustiže auto B nakon 60 s, jer su tada njihovi prijeđeni putovi jednaki (površine ispod grafa su
jednake).

$$s_A = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$
$$s_A = \frac{1}{2} \times 0{,}27 \times 60^2$$
$$s_A = 500[\mathrm{m}]$$

$$s_B = v_B \times t$$
$$s_B = \frac{30000}{3600} \times 60$$
$$s_B = 500[\mathrm{m}]$$

d)

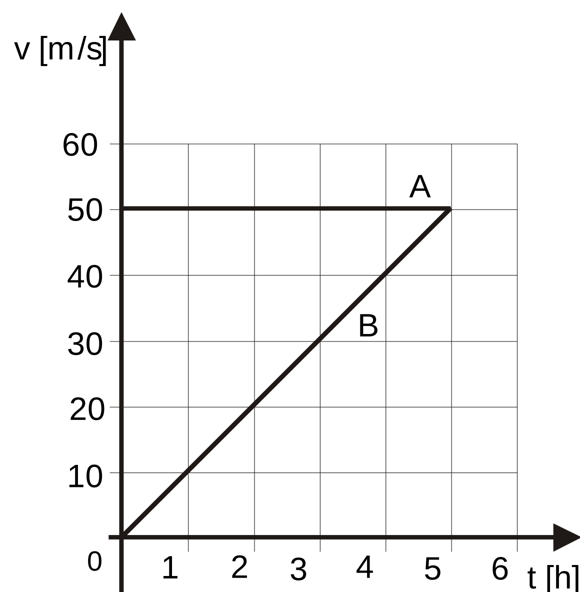
$$s_A = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + v \times t$$
$$s_A = \frac{1}{2} \times 0{,}27 \times 60 + \frac{60000}{3600} \times 60$$
$$s_A = 500 + 1000$$
$$s_A = 1500[\mathrm{m}]$$

$$s_B = v_B \times t$$
$$s_B = \frac{30000}{3600} \times 120$$
$$s_B = 1000[\mathrm{m}]$$

s_A - s_B = 1500 - 1000 = 500 [m]

1.62. Nacrtaj grafikon brzina - vrijeme za auto koji se giba stalnom brzinom 50 km/h. U istome koordinatnom sustavu nacrtaj grafikon brzina - vrijeme za auto koji se počeo gibati iz stanja mirovanja i jednoliko povećava brzinu do najveće brzine 50 km/h. Zaključi iz grafikona kakva veza postoji između udaljenosti koju su oba auta prevalila za vrijeme dok se drugi auto ubrzavao. Vrijedi li ta veza za svaku akceleraciju?

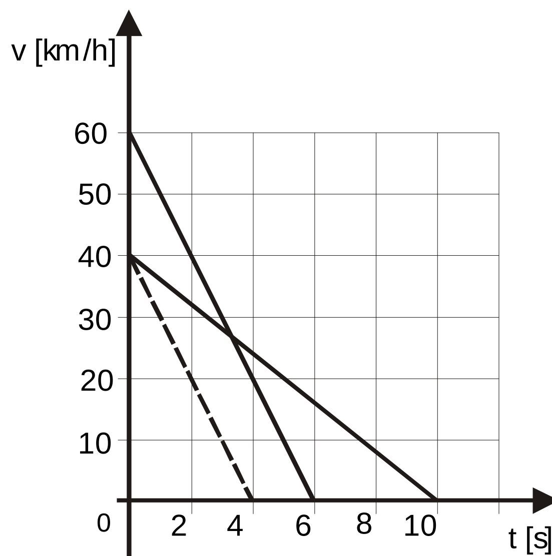
Udaljenost koju prelazi auto A u svakom je trenutku dvostruko veća od udaljenosti koju je



prešao auto B (to se vidi pomoću površina nastalih likova ispod grafa). To bi vrijedilo za svaku akceleraciju.

1.63. Vozač auta koji vozi brzinom 60 km/h, počinje kočiti, jednoliko usporavati vožnju i zaustavlja se za
6 sekundi. Drugi vozač, koji vozi brzinom 40 km/h, slabije pritišće kočnice i zaustavi se za 10
sekundi. a) Prikaži grafički u istome koordinatnom sustavu vezu između brzine i vremena za oba
auta. b) Odredi grafikonom koji će auto prijeći veći put za vrijeme usporavanja. c) Dodaj grafikonu
pravac koji prikazuje kako drugi automobil usporava vožnju jednakom akceleracijom kao i prvi.
Koliko će dugo trajati to usporavanje?

a)



b) $s_1 = \frac{\frac{60000}{3600}}{2} \times 6 = 50[\text{m}]$ $s_2 = \frac{\frac{40000}{3600}}{2} \times 10 = 55{,}5[\text{m}]$

$\mathbf{s_2 > s_1}$

c) Da b automobili usporavali jednakom akceleracijom, pravci u v - t, dijagramu moraju biti usporedni.
Iz slike slijedi da bi u tom slučaju vrijeme usporavanja drugog automobila iznosilo t = 4 [s].

4. NEJEDNOLIKO GIBANJE (1.64. - 1.73.)

1.64. Vlak kreće iz A u 23 h i 15 min i stiže u B u 7h 10 min. Udaljenost od A do B jest 252 km. Kojom
se srednjom brzinom giba vlak? Izrazi rezultat u km/h i u m/s.

s = 252 [km] = 252000 [m]

t = 7 h 55 min = 7,92 [h] = 28500 [s]

$\bar{v} = ?$

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \text{ili} \qquad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{252[km]}{7{,}92[h]} \qquad \text{ili} \qquad \bar{v} = \frac{252000[m]}{28500[s]}$$

$$\bar{v} = 31{,}8\left[\frac{km}{h}\right] \qquad \bar{v} = 8{,}84\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.65. Vlak vozi 30 minuta brzinom 60 km/h, nakon toga 15 minuta brzinom 40 km/h, pa 45 minuta 80
km/h i 30 minuta 20 km/h. Kolika je srednja brzina u prva dva vremenska razmaka, a kolika za sva
četiri?

Δt_1 = 30 [min] = 0,5 [h]
Δt_2 = 15 [min] = 0,25 [h]
Δt_3 = 45 [min] = 0,75 [h]
Δt_4 = 30 [min] = 0,5 [h]
v_1 = 60 [km/h]
v_2 = 40 [km/h]
v_3 = 80 [km/h]
v_4 = 20 [km/h]
$\bar{v}_2 = ?, \bar{v}_4 = ?$

$$s_1 = v_1 \times \Delta t_1 \qquad s_2 = v_2 \times \Delta t_2 \qquad s_3 = v_3 \times \Delta t_3 \qquad s_4 = v_4 \times \Delta t_4$$

$$s_1 = 60 \times 0{,}5 \qquad s_2 = 40 \times 0{,}25 \qquad s_3 = 80 \times 0{,}75 \qquad s_4 = 20 \times 0{,}5$$

$$s_1 = 30[km] \qquad s_2 = 10[km] \qquad s_3 = 60[km] \qquad s_4 = 10[km]$$

$$\bar{v}_2 = \frac{s_1 + s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \qquad \bar{v}_4 = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{30 + 10}{0{,}5 + 0{,}25} \qquad \bar{v}_4 = \frac{30 + 10 + 60 + 10}{0{,}5 + 0{,}25 + 0{,}75 + 0{,}5}$$

$$\bar{v}_2 = 53{,}33\left[\frac{km}{h}\right] \qquad \bar{v}_4 = 55\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.66. Biciklist vozi brzinom 20 km/h i za 10 sekundi poveća brzinu na 30 km/h. Kolika je srednja
akceleracija izražena u km/h^2 i m/s^2?

Δv = 10 [km/h] = 2,8 [m/s]
Δt = 10 [s] = 0,0028 [h]
$\bar{a} = ?$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{2{,}8\left[\frac{m}{s}\right]}{10[s]}$$

$$\bar{a} = 0{,}28\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{10\left[\frac{km}{h}\right]}{0{,}0028[h]}$$

$$\bar{a} = 3571{,}42\left[\frac{km}{h^2}\right]$$

1.67. U tablici navedeni su podaci za trenutačnu brzinu auta u intervalima od jednog sata. Prikaži grafički
brzinu u ovisnosti o vremenu i ogovori pomoću grafikona na ova pitanja:

a) Kako brzo vozi auto u 3,5 h, a kako u 5,2 h?

b) Koliki je put prevalio između 3 h i 5 h?

c) Kolika je bila akceleracija u 1 h, a kolika u 3 h?

Tablica:

Vrijeme [h]	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
Brzina [km/h]	20	27	35	38	34	30	34

milimetarski papir obavezno!!!

1.68. Na slijedećoj slici nalazi se grafikon brzine vlaka za vrijeme 10 minuta. Odredi iz grafikona put što
ga prevali vlak za vrijeme tih 10 min.

milimetarski papir obavezno!!!
izračunati površinu ispod krivulje!!!

1.69. Iz grafikona iz prošlog zadatka odredi u kojoj je minuti srednja akceleracija vlaka najveća, u kojoj najmanja ta kolike su.

najveća akceleracija je u 1. minuti: $\Delta v = 20$ [km/h] = 5,56 [m/s]

$\Delta t = 1$ [min] = 60 [s]

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{5,56}{60}$$

$$\bar{a} = 0,093\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

najmanja akceleracija je u 10. minuti: $\Delta v = 0$

$\Delta t = 1$ min

$$\bar{a} = 0$$

1.70. Pomoću grafikona sa slijedeće slike nacrtaj grafikon brzine. Kolika je najveća, a kolika najmanja brzina i u kojem je to času?

5. OSNOVNI ZAKONI GIBANJA (1.74 - 1.101.)

1.74. Na tijelo mase 5 kg djeluje sila 500 N. Koliku akceleraciju uzrokuje ta sila?

m = 5 [kg]
F = 500 [N]
a = ?

$$a = \frac{F}{m}$$
$$a = \frac{500}{5}$$
$$a = 100\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.75. Kolika sila daje tijelu mase 1 t akceleraciju 5 m/s^2?

m = 1000 [kg]
a = 5 [m/s^2]

$$F = m \times a$$
$$F = 1000 \times 5$$
$$F = 5000[N]$$

1.76. Kolika je masa tijela koje zbog sile 15000 N dobiva akceleraciju 10 m/s^2?

F = 15000 [N]
a = 10 [m/s^2]
m = ?

$$m = \frac{F}{a}$$
$$m = \frac{15000}{10}$$
$$m = 1500[kg]$$

1.77. Kolika je težina tijela mase 5 kg?

m = 5 [kg]
G = ?

$$G = m \times g$$
$$G = 5 \times 9{,}81$$
$$G = 49{,}05\ [N]$$

1.78. Kolika je težina tijela mase 600 g?
m = 600 [g] = 0,6 [kg]
G = ?

$$G = m \times g$$
$$G = 0{,}6 \times 9{,}81$$
$$G = 5{,}886\ [N]$$

1.79. Kupac kupuje u Stockholmu i Rimu po 1 kg brašna. Hoće li u oba grada dobiti jednaku količinu

brašna: a) ako brašno važu u oba grada vagom s polugom, b) ako važu vagom na pero koja je
baždarena u Münchenu?

a) Dobit će jednaku količinu brašna.
b) U Rimu će dobiti više, a u Stockholmu manje nego u Münchenu (Rim je južnije, pa je tamo *g* manje!)

1.80. Kolika je gustoća tijela mase 300 g i obujma 0,5 dm^3? Izrazite rezultat jedinicama g/cm^3 i kg/m^3.

m = 300 [g] = 0,3 [kg]
V = 0,5 [dm^3] = 500 [cm^3] =0,0005 [m^3]
ρ = ?

$$\rho = \frac{m}{V}$$
$$\rho = \frac{300[g]}{500[cm^3]}$$
$$\rho = 0{,}6\left[\frac{g}{cm^3}\right]$$

ili

$$\rho = \frac{m}{V}$$
$$\rho = \frac{0{,}3[kg]}{0{,}0005[m^3]}$$
$$\rho = 600\left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

1.81. Koliki obujam ima komad pluta mase 1 kg?

m = 1 [kg]
ρ = 250 [kg/m^3]
V = ?

$$V = \frac{m}{\rho}$$
$$V = \frac{1}{250}$$
$$V = 0{,}004[m^3]$$

1.82. Koliko je težak 1 dm^3 leda pri 0^0 C?

V = 1 [dm^3] = 0,001 [m^3]
t = 0^0 C
ρ = 1000 [kg/m^3]
G = ?

$$m = \rho \times V \qquad G = m \times g$$
$$m = 1000 \times 0{,}001 \qquad G = 1 \times 9{,}81$$
$$m = 1[kg] \qquad G = 9{,}81[N]$$

1.83. Koliko je teška kapljica žive obujma 0,25 cm^3?

$V = 0{,}25\ [cm^3] = 0{,}00000025\ [m^3]$
$\rho = 13600\ [kg/m^3]$
$G = ?$

$$m = \rho \times V \qquad G = m \times g$$
$$m = 13600 \times 0{,}00000025 \qquad G = 0{,}0034 \times 9{,}81$$
$$m = 0{,}0034[kg] \qquad G = 0{,}033[N]$$

1.84. Koliko je puta manji obujam što ga zauzima živa od obujma što ga zauzima jednaka masa petroleja?

$m_Ž = m_P$
$\rho_Ž = 13600\ [kg/m^3]$
$\rho_P = 800\ [kg/m^3]$
$\frac{V_P}{V_Z} = ?$

$$\frac{V_P}{V_Z} = \frac{\frac{m_P}{\rho_P}}{\frac{m_Z}{\rho_Z}}$$
$$\frac{V_P}{V_Z} = \frac{m_P \times \rho_Z}{m_Z \times \rho_P}$$
$$\frac{V_P}{V_Z} = \frac{\rho_Z}{\rho_P}$$
$$\frac{V_Z}{V_P} = \frac{13600}{800}$$
$$\frac{V_Z}{V_P} = 17$$

1.85. Koja će sila kolicima mase 2 kg dati akceleraciju 1 m/s^2 ako su ona opterećena teretom težine 20 N?

Trenje zanemarimo.

$m = 2\ [kg]$

G_t = 20 [N] ≈ 2[kg]
a = 1 [m/s^2]
m_{uk} = 4 [kg]
F = ?

$$F = m_{uk} \times a$$
$$F = 4 \times 1$$
$$F = 4 \text{ [N]}$$

1.86. Lokomotiva vučnom silom 8 × 10^4 N daje vlaku akceleraciju 0,1 m/s^2. Kojim će se ubrzanjem
gibati vlak ako se vučna sila smanji na 6 × 10^4 N, a ostali uvjeti ostanu nepromijenjeni?

F = 8 ×10^4 [N]
a = 0,1 [m/s^2]
F_1 = 6 × 10^4 [N]
a_1 = ?

$$m = \frac{F}{a} \qquad a_1 = \frac{F_1}{m}$$
$$m = \frac{8 \times 10^4}{0{,}1} \qquad a_1 = \frac{6 \times 10^4}{800000}$$
$$m = 800000 \left[\text{kg}\right] \qquad a_1 = 0{,}075 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$$

1.87. Neka sila daje tijelu mase 3 kg akceleraciju 4 m/s^2. Koju će akceleraciju dati ista sila tijelu mase 5
kg?

m = 3 [kg]
a = 4 [m/s^2]
m_1 = 5 [kg]
a_1 = ?

$$a_1 = \frac{F}{m_1}$$

$$F = m \times a$$

$$F = 3 \times 4$$

$$F = 12[N]$$

$$a_1 = \frac{12}{5}$$

$$a_1 = 2{,}4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.88. Padobranac mase 78 kg spušta se otvorenim padobranom stalnom brzinom. Koliki je otpor što ga
pruža zrak?

m = 78 [kg]
$F_{otp.}$ = ?

$F_{otp.}$ = G
$F_{otp.}$ = m × g
$F_{otp.}$ = 78 × 9,81
$F_{otp.}$ = 7730,28 [N]

1.89. Tijelo mase 20 g pod djelovanjem stalne sile prevali u prvoj sekundi put od 20 cm. Kolika je sila
koja djeluje na tijelo?

m = 20 [g] = 0,02 [kg]
s = 20 [cm] = 0,2 [m]
t = 1 [s]
F = ?

$$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \times 0{,}2}{1^2}$$

$$a = 0{,}4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

F = m × a
F = 0,02 × 0,4
F = 0,008 [N]

1.90. Granata mase 5 kg izleti iz topovske cijevi brzinom 700 m/s. Kolikom su srednjom silom plinovi u
cijevi djelovali na granatu ako se ona kroz cijev gibala 0,008 s?

m = 5 [kg]
v = 700 [m/s]
t = 0,008 [s]
F = ?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$a = \frac{700}{0,008}$$
$$a = 87500 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$
$$F = 5 \times 87500$$
$$F = 437500 [N]$$

1.91. Na mirno tijelo mase 10 kg počinje djelovati neka sila. Djelovanjem te sile 10 sekundi tijelo je
dobilo brzinu 20 m/s. Kolika je ta sila?

m = 10 [kg]
t = 10 [s]
v = 20 [m/s]
F = ?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$a = \frac{20}{10}$$
$$a = 2 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$
$$F = 10 \times 2$$
$$F = 20 [N]$$

1.92. Automobil ima masu 1 t. Za vrijeme gibanja na automobil djeluje trenje koje iznosi 1/10 njegove
težine. Kolika je vučna sila motora auta ako se giba: a) jednoliko, b) stalnom akceleracijom 2 m/s^2?

m = 1 [t] = 1000 [kg]
F_{tr} = 1/10 G
a = 2 [m/s^2]
F = ?

G = m × g
G = 1000 × 9,81
G = 9810 [N]

a)

$F = F_{tr}$
$F = 0,1 \times G$
$F = 0,1 \times 9810$
$F = 981$ [N]

b)

$F = F_{tr} + m \times a$
$F = 0,1 \times G + 1000 \times 2$
$F = 981 + 2000$
$F = 2981$ [N]

1.93. Kolika sila mora djelovati na vagon koji stoji na pruzi da bi se on počeo kretati jednoliko ubrzano te
za 20 s prešao put 16 m? Masa je vagona 20 tona. Za vrijeme gibanja na njega zbog trenja djeluje
sila koja iznosi 0,05 težine vagona te ima smjer suprotan gibanju.

$t = 20$ [s]
$s = 16$ [m]
$m = 20$ [t] $= 20000$ [kg]
$F_{tr} = 0,05 \times G$

$G = m \times g$
$G = 20000 \times 9,81$
$G = 196200$ [N]

$$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \times 16}{20^2}$$

$$a = 0,08\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$F = F_{tr} + m \times a$
$F = 0,05 \times G + m \times a$
$F = 0,05 \times 196200 + 20000 \times 0,08$
$F = 11410$ [N]

1.94. Pod utjecajem stalne sile 150 N tijelo za 10 sekundi prijeđe put 50 m. Kolika je težina tog tijela?

$F = 150$ [N]
$t = 10$ [s]

s = 50 [m]
G = ?

$$a = \frac{2 \times s}{t^2}$$
$$a = \frac{2 \times 50}{10^2}$$
$$a = 1\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$m = \frac{F}{a}$$
$$m = \frac{150}{1}$$
$$m = 150[kg]$$

$$G = m \times g$$
$$G = 150 \times 9{,}81$$
$$G = 1471{,}5[N]$$

1.95. Vagon mase 15 tona giba se početnom brzinom 10 m/s i usporenjem 0,2 m/s^2. Odredi: a) Kolika je
sila kočenja? b) Za koje će se vrijeme vagon zaustaviti? c) Na koliku će se putu vagon zaustavljati?

m = 15 [t] = 15000 [kg]
v = 10 [m/s]
a = 0,2 [m/s^2]
F = ?, t = ?, s = ?

$$F = m \times a$$
$$F = 15000 \times 0{,}2$$
$$F = 3000[N]$$

$$t = \frac{v}{a}$$
$$t = \frac{10}{0{,}2}$$
$$t = 50[s]$$

$$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$
$$s = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times 50^2$$
$$s = 250[m]$$

1.96. Koliki put prevali tijelo mase 15 kg za 10 sekundi ako na njega djeluje sila 200 N? Kolika je
njegova brzina na kraju tog puta?

m = 15 [kg]
t = 10 [s]
F = 200 [N]
s = ?, v = ?

$$a = \frac{F}{m}$$
$$a = \frac{200}{15}$$
$$a = 13,33\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2$$
$$s = \frac{1}{2} \times 13,33 \times 10^2$$
$$s = 666,67[m]$$

$$v = \sqrt{2 \times a \times s}$$
$$v = \sqrt{2 \times 13,33 \times 666,67}$$
$$v = \sqrt{17773,33}$$
$$v = 133,31\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.97. Sila 200 N djeluje na neko tijelo 20 sekundi te ga pomakne za 800 m. Kolika je masa tog tijela?

F = 200 [N]
t = 20 [s]
s = 800 [m]
m = ?

$$a = \frac{2 \times s}{t^2}$$
$$a = \frac{2 \times 800}{20^2}$$
$$a = 4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$m = \frac{F}{a}$$
$$m = \frac{200}{4}$$
$$m = 50[kg]$$

1.98. Vlak mase 50 tona giba se brzinom 50 km/h. Vlak se mora zaustaviti na putu dugome 20 m. Kolika
mora biti sila kočenja?

m = 50 [t] = 50000 [kg]
v = 50 [km/h] = 13,89 [m/s]
s = 20 [m]
F = ?

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{13,89^2}{2 \times 20}$$
$$a = 4,83\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$
$$F = 50000 \times 4,83$$
$$F = 241126[N]$$

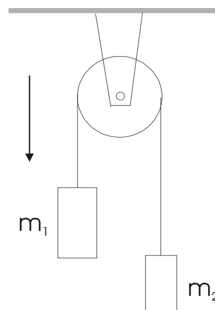
1.99. Auto mase 1 tone giba se po horizontalnom putu brzinom 6 m/s. Kolika mora biti sila kočenja da se
auto zaustavi na udaljenosti 10 m?

m = 1 [t] = 1000 [kg]
v = 6 [m/s]
s = 10 [m]
F = ?

$$a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{6^2}{2 \times 10}$$
$$a = 1{,}8 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$
$$F = 1000 \times 1{,}8$$
$$F = 1800 [N]$$

1.100. Preko nepomične koloture obješena je nit. Na jednom kraju niti visi tijelo mase 4 kg, a na
drugome tijelo mase 3 kg. Kolika je akceleracija gibanja koje će nastati pod utjecajem sile teže?
Trenje i masu koloture zanemarimo.
m_1 = 4 [kg]
m_2 = 3 [kg]
a = ?

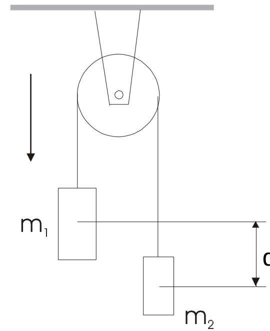


$$F = (m_1 - m_2) \times g$$
$$F = (4 - 3) \times 9{,}81$$
$$F = 9{,}81 [N]$$

$$F = (m_1 + m_2) \times a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$
$$a = \frac{9{,}81}{4 + 3}$$
$$a = 1{,}4 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.101. Dva utega različitih masa vise na krajevima niti koja je prebačena preko nepomične koloture.
Masu koloture i niti možemo zanemariti. Lakši uteg visi 2 m niže od težega. Ako pustimo da se
utezi kreću pod utjecajem sile teže, oni će za 2 sekunde biti na jednakoj visini. Koliki je omjer

njihovih masa?
d = 2 [m]
t = 2 [s]
m_1/m_2 = ?



$$F = (m_1 - m_2) \times g$$
$$F = (m_1 + m_2) \times a$$
$$(m_1 - m_2) \times g = (m_1 + m_2) \times a$$
$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} \times a \times t^2 \Rightarrow a = \frac{d}{t^2}$$

$$m_1 \times g - m_2 \times g = m_1 \times a + m_2 \times a$$
$$m_1 \times g - m_1 \times a = m_2 \times g + m_2 \times a$$
$$m_1 \times 9{,}81 - m_1 \times 0{,}5 = m_2 \times 9{,}81 + m_2 \times 0{,}5$$
$$9{,}31 \times m_1 = 10{,}31 \times m_2$$
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{10{,}31}{9{,}31}$$
$$\frac{m_1}{m_2} = 1{,}1$$

$$a = \frac{2}{2^2}$$
$$a = 0{,}5 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

6. IMPULS SILE I KOLIČINA GIBANJA (1.102. - 1.130.)

1.102. Koliki impuls daje sila 40 N u jednoj minuti?

F = 40 [N]
t = 1 [min] = 60 [s]

$F \times t = 40 \times 60 = 2400$ [Ns]

1.103. Koliki je impuls sile koji tijelu mase 4 kg promijeni brzinu za 5 m/s?

m = 4 [kg]
Δv = 5 [m/s]

$F \times t = m \times \Delta v$
$F \times t = 4 \times 5$
$F \times t = 20$ [kgs]

1.104. Odredi silu koja djeluje na tijelo mase 200 g te nakon 10 sekundi djelovanja dade tijelu brzinu 6
m/s?

m = 200 [g] = 0,2 [kg]
t = 10 [s]
v = 6 [m/s]
F = ?

$$F \times t = m \times v \Rightarrow F = \frac{m \times v}{t}$$

$$F = \frac{0{,}2 \times 6}{10}$$

$$F = 0{,}12[\mathrm{N}]$$

1.105. Na tijelo mase 3 kg koje miruje počne djelovati stalna sila. Koliki je impuls sile nakon 5 sekundi
ako se tijelo za to vrijeme pomaknulo za 25 m?

m = 3 [kg]
t = 5 [s]
s = 25 [m]
F × t = ?

$$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \times 25}{5}$$

$$a = 10\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$v = a \times t$$

$$v = 10 \times 5$$

$$v = 50\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$F \times t = m \times v$$

$$F \times t = 3 \times 50$$

$$F \times t = 150[\mathrm{Ns}]$$

1.106. Za koliko se promijeni brzina tijela mase 4 kg na koje djeluje impuls sile 4 [Ns]?

m = 4 [kg]
F × t = 4 [Ns]
Δv = ?

$$F \times t = m \times \Delta v$$

$$\Delta v = \frac{F \times t}{m}$$

$$\Delta v = \frac{4}{4}$$

$$\Delta v = 1\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.107. Skijaš mase 60 kg udari brzinom 8 m/s u snježni nanos. Zbog toga se zaustavi za 1,5 sekundi.

Koliki je bio impuls sile i kolika je srednja sila koja ga je zaustavila?

m = 60 [kg]
v = 8 [m/s]
t = 1,5 [s]
F × t = ?, F = ?

$$F \times t = m \times v$$

$$F \times t = 60 \times 8$$

$$F \times t = 480[Ns]$$

$$F = \frac{m \times v}{t}$$

$$F = \frac{600 \times 8}{1{,}5}$$

$$F = 320[N]$$

1.108. Kojom sveukupnom silom pritišće puškomitraljez na rame vojnika za vrijeme pucanja ako je masa

taneta 10 g, njegova brzina pri izlijetanju 800 m/s i ako u minuti izleti 600 metaka?

m = 10 [g] = 0,01 [kg]
v = 800 [m/s]
t = 1 [min] = 60 [s]
n = 600 [metaka / min]
F = ?

$$F \times t = n \times m \times v$$

$$F = \frac{n \times m \times v}{t}$$

$$F = \frac{600 \times 0{,}01 \times 800}{60}$$

$$F = 80[N]$$

1.109. Koja sila promijeni u 2 sekunde tijelu mase 2 kg brzinu 11 m/s na 5 m/s?

$t = 2$ [s]
$m = 2$ [kg]
$\Delta v = 5 - 11 = -6$ [m/s]
F = ?

$$F \times t = m \times \Delta v$$
$$F = \frac{2 \times (-6)}{2}$$
$$F = -6[N]$$

1.110. Odredi silu otpora koja pri djelovanju na tijelo mase 5 kg u 0,2 sekunde smanji njegovu brzinu od
80 cm/s na 55 cm/s.

$m = 5$ [kg]
$t = 0,2$ [s]
$\Delta v = 55 - 80 = -25$ [cm/s] = - 0,25 [m/s]
F = ?

$$F \times t = m \times \Delta v$$
$$F = \frac{5 \times (-0.25)}{0,2}$$
$$F = -6,25[N]$$

1.111. Molekula mase $4,65 \times 10^{-26}$ kg leti brzinom 600 m/s, udari okomito na stijenu posude i odbije se
elastično. Treba naći impuls sile koji je stijena posude dala molekuli.

$m = 4,65 \times 10^{-26}$[kg]
$v = 600$ [m/s]
$F \times t = ?$

$$F \times t = m \times [v - (-v)]$$
$$F \times t = 4,65 \times 10^{-26} \times 1200$$
$$F \times t = 5,58 \times 10^{-23} \text{ [Ns]}$$

1.112. U stroj lokomotive vlaka prekinemo dovod pare. Vlak mase 5×10^5 kg zaustavi se pod utjecajem
sile trenja 10^5 N za 0,5 minute. Kolika je bila brzina vlaka?

$m = 5 \times 10^5$ [kg]
$F = 10^5$ [N]
$t = 0,5$ [min] = 30 [s]
v = ?

$$F \times t = m \times v$$
$$v = \frac{F \times t}{m}$$
$$v = \frac{10^5 \times 30}{5 \times 10^5}$$
$$v = 6\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.113. Tijelo mase 5 kg giba se jednoliko brzinom 20 m/s. Odjednom počinje na tijelo djelovati neka
stalna sila koja uzrokuje da tijelo nakon 5 sekundi ima brzinu 5 m/s u suprotnom smjeru od
početne brzine. Izračunaj impuls sile te veličinu i smjer sile.

m = 5 [kg]
v_1 = 20 [m/s]
t = 5 [s]
v_2 = -5 [m/s]
F × t = ?, F = ?

$$F \times t = m \times \Delta v$$
$$F \times t = m \times (v_2 - v_1)$$
$$F \times t = 5 \times (-5 - 20)$$
$$F \times t = -125[Ns]$$

$$F = \frac{m \times \Delta v}{t}$$
$$F = \frac{5 \times (-25)}{5}$$
$$F = -25[N]$$

1.114. Lopta mase 0,4 kg bačena je vertikalno u vis brzinom 2 m/s. Kolika je početna količina gibanja
lopte, a kolika na najvišoj točki putanje? Koliki je impuls sile koji je zaustavio loptu i koliko dugo
je sila djelovala?

$m = 0{,}4[kg] \Rightarrow F \approx 4[N]$
v_1 = 2 [m/s]
v_2 = 0 [m/s]
p_1 = ?, p_2 = ?, F × t = ?, t = ?

$$p_1 = m \times v_1 \qquad p_2 = m \times v_2 \qquad F \times t = m \times \Delta v$$
$$p_1 = 0,4 \times 2 \qquad p_2 = 0,4 \times 0 \qquad F \times t = 0,4 \times (-2)$$
$$p_1 = 0,8\left[\frac{kg}{s}\right] \qquad p_2 = 0\left[\frac{kg}{s}\right] \qquad F \times t = -0,8[Ns]$$

$$t = \frac{m \times \Delta v}{F}$$
$$t = \frac{0,4 \times 2}{4}$$
$$t = 0,2[s]$$

1.115. Svemirski brod srednjeg presjeka 50 m^2 uleti u oblak mikrometeora te ima relativnu brzinu 10
km/s. U svakome kubičnom metru prostora nalazi se prosječno jedan mikrometeor mase 0,02 g.
Koliko se mora povećati pogonska sila broda da bi brzina ostala ista? Pretpostavljamo da je sudar
broda i mikrometeora neelastičan.

S = 50 [m^2]
v = 10 [km/s] = 10000 [m/s]
m_1 = 0,02 [g] = 0,00002 [kg]
F = ?

Broj meteora koji se sudare
s brodom za 1 sekundu: $S \times v = 50 \times 10000 = 500000$ meteora

Ukupna masa tih meteora: $m = 500000 \times m_1 = 500000 \times 0,00002 = 10$ [kg]

$$F \times t = m \times v$$
$$F = \frac{m \times v}{t}$$
$$F = \frac{10 \times 10000}{1}$$
$$F = 100000[N]$$

1.116. Koju brzinu postiže raketa mase 1 kg ako iz nje izađe produkt izgaranja mase 20 g brzinom 1200
m/s?

m_R = 1 [kg]
m_G =20 [g] = 0,02 [kg]
v_G = -1200 [m/s]
v_R = ?

$$\Delta p_R = \Delta p_G$$
$$m_R \times v_R = m_G \times v_G$$

$$v_R = \frac{m_G \times v_G}{m_R}$$

$$v_R = \frac{0{,}02 \times (-1200)}{1}$$

$$v_R = -24\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.117. Čovjek trči brzinom 8 km/h i stigne kolica mase 80 kg koja se gibaju brzinom 2,9 km/h te skoči u
njih. Masa je čovjeka 60 kg. a) Kolikom će se brzinom sada gibati kolica? b) Kolikom bi se
brzinom gibala kolica da je čovjek trčao u susret kolicima i skočio u njih?

v_1 = 8 [km/h]
m_1 = 60 [kg]
v_2 = 2,9 [km/h]
m_2 = 80 [kg]
v = ?

a)

$$m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

$$v = \frac{m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{60 \times 8 + 80 \times 2{,}9}{60 + 80}$$

$$v = 5{,}1\left[\frac{m}{s}\right]$$

b)

$$m_1 \times v_1 - m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

$$v = \frac{m_1 \times v_1 - m_2 \times v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{60 \times 8 - 80 \times 2{,}9}{60 + 80}$$

$$v = 1{,}8\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.118. U času kad dvostupanjska raketa mase 1,00 tone ima brzinu 171 m/s, od nje se odijeli njezin
drugi stupanj mase 0,40 tona. Pritom se brzina drugog stupnja poveća na 185 m/s. Kolika je sada
brzina prvog stupnja rakete?

m = 1 [t] == 1000 [kg]
v = 171 [m/s]
m_2 = 0,4 [t] = 400 [kg]
v_2 = 185 [m/s]
m_1 = 0,6 [t] = 600 [kg]
v_1 = ?

$$m \times v = m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2$$

$$v_1 = \frac{m \times v - m_2 \times v_2}{m_1}$$

$$v_1 = \frac{1000 \times 171 - 400 \times 185}{600}$$

$$v_1 = 161{,}67 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.119. Ledolomac mase 5000 tona kreće se ugašenog motora brzinom 10 m/s i nalijeće na nepomičnu
santu leda koju gura dalje ispred sebe brzinom 2 m/s. Kolika je masa sante ako zanemarimo otpor
vode?
m = 5000 [t]
v = 10 [m/s]
v_1 = 2 [m/s]
m_1 = ?

$$m \times v = (m_1 + m) \times v_1$$

$$m \times v = m_1 \times v_1 + m \times v_1$$

$$m_1 = \frac{m \times v - m \times v_1}{v_1}$$

$$m_1 = \frac{5000 \times 10 - 5000 \times 2}{2}$$

$$m_1 = 20000 [t]$$

1.120. Iz oružja mase 450 kg izleti tane mase 5 kg u horizontalnom smjeru brzinom 450 m/s. Pri trzaju
natrag oružje se pomaknulo 0,45 m. Kolika je srednja sila otpora koji je zaustavio oružje?

m_1 = 450 [kg]

$m_2 = 5$ [kg]
$v_2 = 450$ [m/s]
s = 0,45 [m]
F = ?

$$m_1 \times v_1 = m_2 \times v_2$$
$$v_1 = \frac{m_2 \times v_2}{m_1}$$
$$v_1 = \frac{5 \times 450}{450}$$
$$v_1 = 5\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$v^2 = 2 \times a \times s$$
$$a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{5^2}{2 \times 0,45}$$
$$a = 27,78\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$
$$F = 450 \times 27,78$$
$$F = 12500[N]$$

1.121. Granata leti brzinom 10 m/s. Pri eksploziji razleti se u dva podjednako velika dijela. Veći dio
ima 60 % cijele mase i nastavlja gibanje u istom smjeru brzinom 25 m/s. Kolika je brzina manjeg
dijela?

v = 10 [m/s]
$m_1 = 60\ \%(m) = 0,6 \times m$
$v_1 = 25$ [m/s]
$v_2 = ?$

$$m \times v = m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2$$
$$v_2 = \frac{m \times v - m_1 \times v_1}{m_2}$$
$$v_2 = \frac{m \times 10 - 0,6 \times m \times 25}{0,4 \times m}$$
$$v_2 = \frac{10 - 0,6 \times 25}{0,4}$$
$$v_2 = -12,5\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.122. Raketa mase 250 g sadrži 350 g goriva. Pri ispaljivanju rakete gorivo je izišlo iz rakete brzinom
0,30 km/s vertikalno dolje. Do koje će visine stići raketa ako joj otpor zraka smanji domet 6 puta?

m_1 = 250 [g] = 0,25 [kg]
m_2 = 350 [g] = 0,35 [kg]
v_2 = 0,30 [km/s] = 300 [m/s]
d = 1/6 (s)
d = ?

$$m_1 \times v_1 = m_2 \times v_2$$
$$v_1 = \frac{m_2 \times v_2}{m_1}$$
$$v_1 = \frac{0,35 \times 300}{0,25}$$
$$v_1 = 420\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$v_1^2 = 2 \times g \times s$$
$$s = \frac{v_1^2}{2 \times g}$$
$$s = \frac{420^2}{2 \times 9,81}$$
$$s = 8990,8[m]$$

$$d = \frac{1}{6} \times s$$
$$d = \frac{1}{6} \times 8990,8$$
$$d = 1498,5[m]$$

1.123. Dječak mase 35 kg vozi se na kolicima mase 5 kg brzinom 1 m/s. Kolika će biti brzina kolica
ako dječak siđe s kolica i pritom: a) ima brzinu jednaku kolicima prije nego što je iskočio, b) nema
brzine s obzirom na tlo, c) ima brzinu dvostruku prema prvobitnoj brzini kolica?

m_1 = 35 [kg]
m_2 =5 [kg]
v = 1 [m/s]
v_2 = ?

a)

$v_1 = v$

b)

$v_1 = 0$

$$(m_1 + m_2) \times v = m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2$$

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_1 \times v_1}{m_2}$$

$$v_2 = \frac{(35 + 5) \times 1 - 35 \times 1}{5}$$

$$v_2 = \frac{5}{5}$$

$$v_2 = 1 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$(m_1 + m_2) \times v = m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2$$

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_1 \times v_1}{m_2}$$

$$v_2 = \frac{(35 + 5) \times 1 - 35 \times 0}{5}$$

$$v_2 = \frac{40}{5}$$

$$v_2 = 8 \left[\frac{m}{s} \right]$$

c)

$$v_1 = 2 \times v$$

$$(m_1 + m_2) \times v = m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2$$

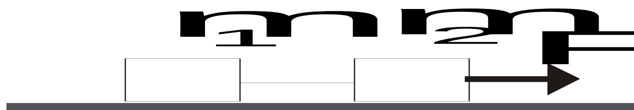
$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_1 \times v_1}{m_2}$$

$$v_2 = \frac{(35 + 5) \times 1 - 35 \times 2}{5}$$

$$v_2 = \frac{-30}{5}$$

$$v_2 = -6 \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.124. Dva tijela masa m_1 = 4 kg i m_2 = 1 kg povezana su tankim koncem i leže na glatkome horizontalnom stolu. Oba tijela pokrenemo istodobno impulsom od 20 Ns. Pritom konac pukne, tijelo mase m_2 odleti velikom brzinom, a tijelo mase m_1 kreće se brzinom 50 cm/s u istom smjeru. Trenje možemo zanemariti. Koliki je impuls primilo tijelo mase m_1, a koliki tijelo mase m_2 te kolika je brzina tijela mase m_2?



m_1 = 4 [kg]
m_2 = 1 [kg]
F × t = 20 [Ns]
v_1 = 50 [cm/s] =0,5 [m/s]
$(F \times t)_1$ = ?, $(F \times t)_2$ = ?, v_2 = ?

$$(F\times t)_1 = m_1 \times \Delta v_1$$
$$(F\times t)_1 = 4\times 0{,}5$$
$$(F\times t)_1 = 2[Ns]$$

$$(F\times t) = (F\times t)_1 + (F\times t)_2$$
$$(F\times t)_2 = (F\times t) - (F\times t)_1$$
$$(F\times t)_2 = 20 - 2$$
$$(F\times t)_2 = 18[Ns]$$

$$(F\times t)_2 = m_2 \times \Delta v_2$$
$$v_2 = \frac{(F\times t)_2}{m_2}$$
$$v_2 = \frac{18}{1}$$
$$v_2 = 18\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.125. Vagon mase 10 tona giba se brzinom 2 m/s. Njega sustiže vagon mase 15 tona brzinom 3 m/s. Kolika je brzina obaju vagona nakon sudara ako pretpostavimo da je sudar neelastičan?

m_1 = 10 [t]
v_1 = 2 [m/s]
m_2 = 15 [t]
v_2 = 3 [m/s]
v = ?

$$m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

$$v = \frac{m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{10 \times 2 + 15 \times 3}{10 + 15}$$

$$v = 2{,}6 \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.126. U kamion mase 20 tona, koji stoji na mjestu, udari i zabije se drugi natovareni kamion mase 30
tona. Natovareni je kamion imao prije sudara brzinu 1 m/s. Kolika je brzina nakon sudara ako se
oba vozila nakon sudara gibaju zajedno?

m_1 = 20 [t]
v_1 = 0 [m/s]
m_2 = 30 [t]
v_2 = 1 [m/s]
v = ?

$$m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

$$v = \frac{m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{20 \times 0 + 30 \times 1}{20 + 30}$$

$$v = 0{,}6 \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.127. Kada se proton sudari s neutronom, te se dvije čestice mogu sjediniti u novu česticu - deuteron.
Kojom će se brzinom kretati deuteron ako se proton kretao brzinom $7{,}0 \times 10^6$ m/s udesno, a
neutron brzinom $3{,}0 \times 10^6$ m/s ulijevo, uz pretpostavku da zanemarimo defekt mase.
$v_1 = 7 \times 10^6$ [m/s]
$m_1 = 1{,}6726 \times 10^{-27}$ [kg]
$v_2 = -3 \times 10^6$ [m/s]
$m_2 = 1{,}675 \times 10^{-27}$ [kg]
v = ?

$$m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

$$v = \frac{m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{1{,}6726 \times 10^{-27} \times 7 \times 10^{6} + 1{,}675 \times 10^{-27} \times (-3 \times 10^{6})}{1{,}6726 \times 10^{-27} + 1{,}675 \times 10^{-27}}$$

$$v = 1{,}99 \times 10^{6} \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.128. Neelastična kugla mase 38 g ima brzinu 3,5 m/s. Kojom brzinom mora kugla mase 12 g udariti o
prvu da bi obje nakon sudara imale brzinu 5 m/s? Obje se kugle prije sudara gibaju u istom smjeru
i sudar je središnji.

m_1 = 38 [g]
v_1 = 3,5 [m/s]
m_2 = 12 [g]
v = 5 [m/s]
v_2 = ?

$$m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_1 \times v_1}{m_2}$$

$$v = \frac{(38 + 12) \times 5 - 38 \times 3{,}5}{12}$$

$$v = 9{,}75 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.129. Na površini jezera nalazi se čamac. On leži okomito na smjer obale i okrenut je prema njoj
pramcem. Čamac miruje, a pramac mu je udaljen od obale 0,75 m. U čamcu se nalazi čovjek koji
prelazi cijelu duljinu čamca od pramca do krme. Masa čamca je 140 kg, a čovjeka 60 kg. a) Koliki
je omjer brzina kretanja čovjeka i čamca u odnosu prema obali? b) Je li pri tom kretanju čamac
pristao uz obalu ako je dugačak 2 m? Otpor vode zanemarimo.

m_1 = 140 [kg]
m_2 = 60 [kg]
l = 0,75 [m]
v_1 / v_2 = ?, l_1 = ?

a) b)

$$m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v_1$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{60}{140 + 60}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 0,3$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{l_1}{l_2} = 0,3$$

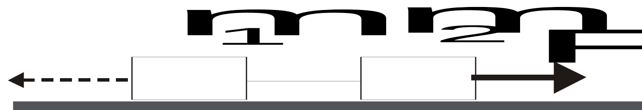
$$l_1 = 0,3 \times l_2$$

$$l_1 = 0,3 \times 2$$

$$l_1 = 0,6[m]$$

Čamac nije pristao uz obalu.

1.130. Dva tijela mase m_1 i m_2 leže na glatkoj horizontalnoj površini i svezana su međusobno nitima koja mogu podnijeti najveću napetost F_N. Odredite najveću horizontalnu silu F, kojom možete djelujući na tijelo mase m_1 djelovati na sustav a da pritom nit ne pukne. Mijenja li se sila ako ima suprotan smjer i djeluje na tijelo mase m_2? Trenje zanemarimo.



$$F = (m_1 + m_2) \times a$$

najveća napetost za gibanje udesno: $F_N = m_2 \times a \quad \Rightarrow a = \frac{F_N}{m_2}$

najveća napetost za gibanje ulijevo: $F_N = m_1 \times a \quad \Rightarrow a = \frac{F_N}{m_1}$

najveća sila za gibanje udesno: $F = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \times F_N$

najveća sila za gibanje ulijevo: $F = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \times F_N$

7. SLOŽENA GIBANJA (1.131. - 1.180.)

1.131. Na rijeci koja teče brzinom 4 km/h plovi brod uzvodno brzinom 8 km/h sa stajališta opažača na obali. Koju brzinu bi imao brod kad bi istom snagom plovio niz rijeku?

$v_1 = 4$ [km/h]

$v_2 = -8$ [km/h]
$v = ?$

$v_B = v_1 - (-v_2)$
$v_B = 4 - (-8)$
$v_B = 12$ [m/s]

$v = v_B + v_1$
$v = 12 + 4$
$v = 16$ [m/s]

1.132. Brzina zrakoplova prema zraku iznosi 500 km/h. Kolika je brzina zrakoplova s obzirom na tlo ako
vjetar brzine 30 km/h puše: a) u susret zrakoplovu, b) u leđa zrakoplovu?

$v_1 = 500$ [km/h]
$v_2 = 30$ [km/h]
$v = ?$

a)
$v = v_1 - v_2$
$v = 500 - 30$
$v = 470$ [km/h]

b)
$v = v_1 + v_2$
$v = 500 + 30$
$v = 530$ [km/h]

1.133. Parobrod plovi niz rijeku brzinom 19 km/h s obzirom na obalu, a u suprotnom smjeru brzinom 11
km/h. a) Kolika je brzina toka rijeke ako stroj radi uvijek istom snagom? b) Kolika je brzina broda
s obzirom na vodu?

$v_1 = 19$ [km/h]
$v_2 = 11$ [km/h]
$v_R = ?, v_B = ?$

a)
$v_1 = v_B + v_R \Rightarrow v_R = v_1 - v_B$
$v_2 = v_B - v_R \Rightarrow v_B = v_2 + v_R$

$v_R = v_1 - (v_2 + v_R)$
$2 \times v_R = v_1 - v_2$

$$v_R = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

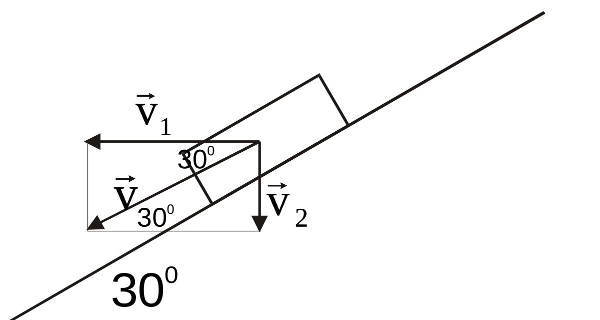
$$v_R = \frac{19 - 11}{2}$$

$$v_R = 4\left[\frac{km}{h}\right]$$

b)
$v_B = v_2 + v_R$
$v_B = 11 + 4$
$v_B = 15$ [m/s]

1.134. Automobil se giba niz brijeg i u jednom trenutku ima brzinu 17 m/s. Kolika je horizontalna i
vertikalna komponenta njegove brzine u tom trenutku ako brijeg ima nagib 30^0?

$v = 17$ [m/s]
$\alpha = 30^0$
$v_1, v_2 = ?$



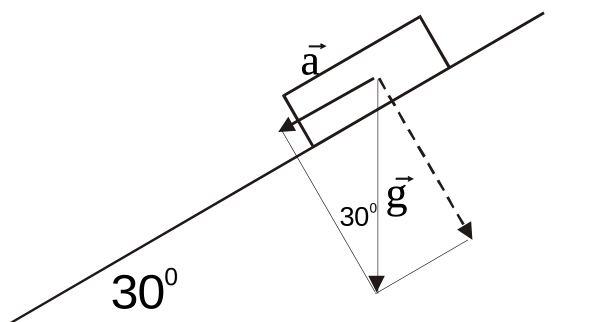
$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times v \qquad v_2 = \frac{v}{2}$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 17 \qquad v_2 = \frac{17}{2}$$

$$v_1 = 14{,}5 \left[\frac{m}{s}\right] \qquad v_2 = 8{,}5 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.135. Saonice klize niz brijeg koji ima nagib 30^0. Koliku brzinu imaju saonice pošto su se spustile niz
brijeg za 16 m ako pretpostavimo da su se počele gibati iz stanja mirovanja i bez trenja?

$\alpha = 30^0$
$s = 16$ [m]
$v = ?$



$$a = \frac{g}{2}$$

$$v^2 = 2 \times a \times s$$

$$v^2 = g \times s$$

$$v = \sqrt{g \times s}$$

$$v = \sqrt{9{,}81 \times 16}$$

$$v = 12{,}53 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.136. Kolika je brzina čamca s obzirom na obalu ako se čamac kreće: a) niz rijeku, b) uz tok rijeke,
c) okomito na tok rijeke? Brzina je toka rijeke v_1 = 2 m/s, a brzina čamca s obzirom na rijeku
v_2 = 4 m/s.

v_1 = 2 [m/s]
v_2 = 4 [m/s]
v = ?

a)

$v = v_1 + v_2$
$v = 2 + 4$
$v = 6$ [m/s]

b)

$v = v_2 - v_1$
$v = 4 - 2$
$v = 2$ [m/s]

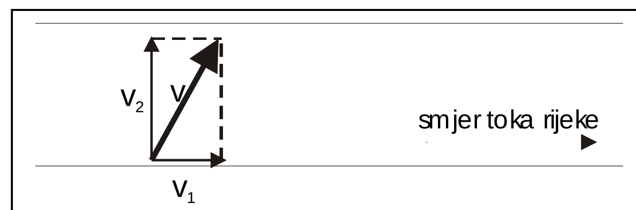
c)

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2$$

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$v = \sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$v = 4{,}47 \left[\frac{m}{s}\right]$$



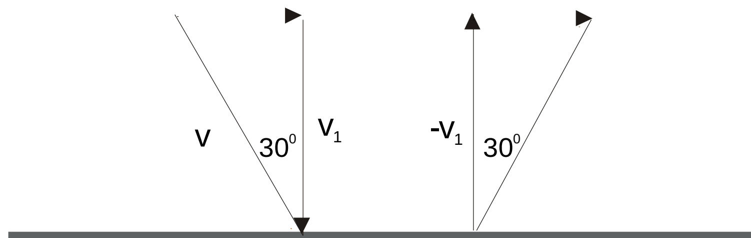
1.137. Vozač motorkotača vozi prema sjeveru brzinom 50 km/h, a vjetar puše prema zapadu brzinom 30
km/h. Nađi prividnu brzinu vjetra što je osjeća vozač.

v_1 = 50 [km/h]
v_2 = 30 [km/h]
v = ?

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2$$
$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$
$$v = \sqrt{50^2 + 30^2}$$
$$v = 58{,}3\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.138. Molekula mase 4,65 × 10^{-26} kg udari brzinom 600 m/s o stijenu pod kutom 30^0 prema normali na
stijenu. Molekula se elastično odbije pod istim kutom bez gubitaka na brzini. Koliki je impuls sile
na stijenu za vrijeme udarca molekule?

m = 4,65 × 10^{-26} [kg]
v = 600 [m/s]
$\alpha = 30^0$
F × t = ?



$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times v$$
$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 600$$
$$v_1 = 519{,}61\left[\frac{m}{s}\right]$$

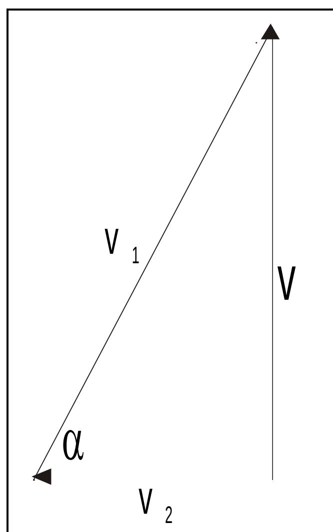
$$F \times t = m \times [v_1 - (-v_1)]$$
$$F \times t = 4{,}65 \times 10^{-26} \times [519{,}61 - (-519{,}61)]$$
$$F \times t = 4{,}832 \times 10^{-23} [Ns]$$

1.139. Zrakoplov leti brzinom 720 km/h s obzirom na zrak. S istoka puše vjetar brzinom 20 m/s. U kojem
će smjeru morati letjeti zrakoplov i koju će brzinu s obzirom na Zemlju morati imati ako želi letjeti

prema: a) jugu, b) sjeveru, c) istoku, d) zapadu?
v_1 = 720 [km/h] = 200 [m/s]
v_2 = 20 [m/s]
β = ?, v = ?

a)

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}$$
$$v = \sqrt{200^2 - 20^2}$$
$$v = 199\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$\cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}$$
$$\cos\alpha = \frac{20}{200}$$
$$\cos\alpha = 0{,}1$$
$$\alpha = 84{,}26^0$$
$$\beta = 90^0 - \alpha$$
$$\beta = 5{,}73^0$$



b)

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}$$
$$v = \sqrt{200^2 - 20^2}$$
$$v = 199\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$\cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}$$
$$\cos\alpha = \frac{20}{200}$$
$$\cos\alpha = 0{,}1$$
$$\alpha = 84{,}26^0$$
$$\beta = 90^0 - \alpha$$
$$\beta = 5{,}73^0$$

c)

$v = v_1 - v_2$
v = 200 - 20
v = 180 [m/s]

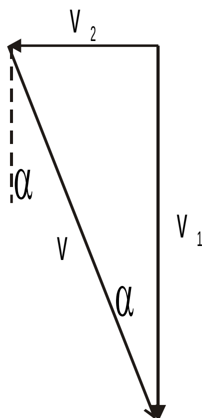
d)

$v = v_1 + v_2$
v = 200 + 20
v = 220 [m/s]

1.140. Zrakoplov leti brzinom 400 km/h s obzirom na zrak. Pilot želi stići u grad udaljen 800 km prema jugu. S istoka puše vjetar brzine 50 km/h. Odredi grafički kojim smjerom mora letjeti zrakoplov. Koliko će mu trebati da stigne u grad?

v_1 = 400 [km/h]
s = 800 [km]
v_2 = 50 [km/h]

crtati na milimetarskom papiru!!!



(računski:)

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{v_2}{v_1} \qquad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \qquad t = \frac{s}{v}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{50}{400} \qquad v = \sqrt{400^2 + 50^2} \qquad t = \frac{800}{403{,}11}$$

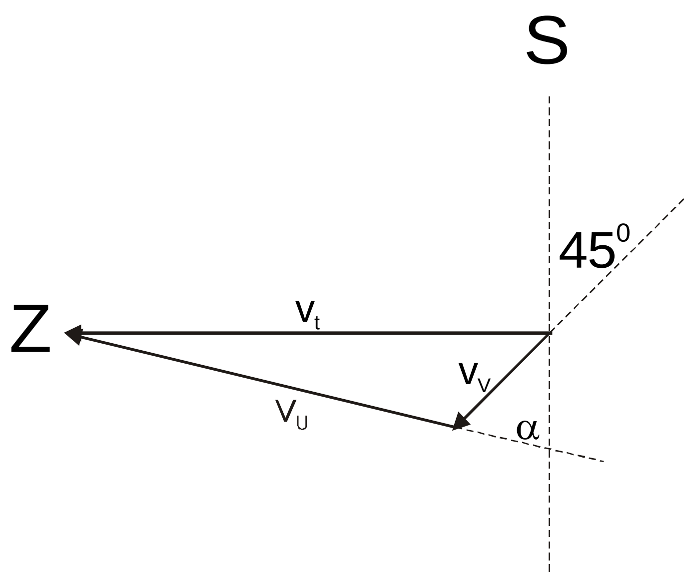
$$\mathrm{tg}\alpha = 0{,}125 \qquad v = 403{,}11\left[\frac{km}{h}\right] \qquad t = 1{,}98[h]$$

$$\alpha = 7{,}125^0$$

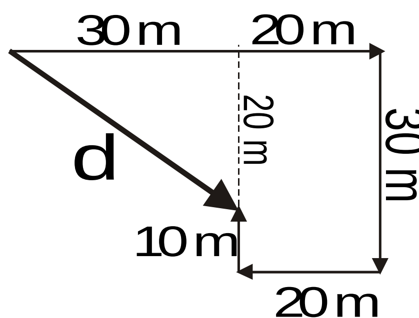
1.141. Zrakoplov leti prema odredištu koje je 300 km zapadno od njegova polazišta. Vjetar puše sa sjeveroistoka brzinom 40 km/h. Pilot želi stići na odredište za 30 minuta. Odredi grafički kojim smjerom i kojom brzinom mora letjeti.

s = 300 [km]
v_V = 40 [km/h]
t = 30 [min]

crtati na milimetarskom papiru!!!



1.142. Čovjek pođe u šetnju i prevali 50 m prema istoku, 30 m prema jugu, 20 m prema zapadu i 10 m prema sjeveru. Odredi njegovu udaljenost od mjesta s kojega je pošao u šetnju.



$$d = \sqrt{30^2 + 20^2}$$
$$d = \sqrt{900 + 400}$$
$$d = \sqrt{1300}$$
$$d = 36{,}1[m]$$

1.143. S ruba mosta bacimo vertikalno u vodu kamen brzinom 0,8 m/s. Nađi visinu mosta i brzinu kojom
kamen padne u vodu ako pada 3 sekunde.

v = 0,8 [m/s]
t = 3 [s]
s = ?, v = ?

$$s = \frac{1}{2} \times g \times t^2$$
$$s = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times 3^2$$
$$s = 44{,}145[m]$$

$$v = \sqrt{2 \times g \times s}$$
$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 44{,}145}$$
$$v = 29{,}43\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.144. Kad ne bi bilo vjetra, malo krilato sjeme palo bi s vrha drveta vertikalno stalnom brzinom 35 cm/s.
Koliko će daleko od podnožja drveta pasti sjemenka ako je padala s visine 50 m, a puhao je vjetar
brzinom 36 km/h u horizontalnom smjeru?

v = 0,35 [m/s]
s = 50 [m]
v_V =36 [km/h] = 10 [m/s]
s_H = ?

$$t = \frac{s}{v}$$
$$t = \frac{50}{0{,}35}$$
$$t = 142{,}85[s]$$

$$s_H = v_V \times t$$
$$s_H = 10 \times 142{,}85$$
$$s_H = 1428{,}5[m]$$

1.145. Čamac prelazi rijeku okomito na njezin tok brzinom 7,2 km/h. Kad je stigao na suprotnu obalu,
tok ga je rijeke odnio 150 m nizvodno. Treba naći brzinu toka rijeke ako je ona široka 500 m.
Koliko je vremena trebalo da čamac prijeđe rijeku?

$v_Č$ = 7,2 [km/h] = 2 [m/s]
s = 500 [m]
s_1 =150 [m]
v_R = ?

$$t = \frac{s}{v_Č}$$
$$t = \frac{500}{2}$$
$$t = 250[s]$$

$$v_R = \frac{s_1}{t}$$
$$v_R = \frac{150}{250}$$
$$v_R = 0,6\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.146. Čovjek u čamcu koji uvijek ima smjer okomit na tok rijeke vesla preko rijeke brzinom 5 km/h.
Rijeka teče brzinom 8 km/h, a širina joj je 200 m. a) U kojem smjeru i kojom se brzinom čamac
giba s obzirom na obalu? b) Koliko mu treba vremena da prijeđe rijeku? c) Koliko bi trebalo da
nema struje? d) Koliko je udaljena točka pristajanja nizvodno od polazne točke?

v_1 = 5 [km/h] = 1,4 [m/s]
v_2 = 8 [km/h] = 2,2 [m/s]
s = 200 [m]
α = ?, v_0 = ?, t = ?, t_1 = ?, s_N = ?

a)

$$v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$
$$v_0 = \sqrt{1,4^2 + 2,2^2}$$
$$v_0 = 2,61\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$tg\alpha = \frac{v_1}{v_2}$$
$$tg\alpha = \frac{1,4}{2,2}$$
$$tg\alpha = 0,64$$
$$\alpha = 32,47^0$$

b)

$$t = \frac{s}{v_1}$$
$$t = \frac{200}{1,4}$$
$$t = 142,86[s]$$

c)

d)

$$t = \frac{s}{v_1}$$
$$t = \frac{200}{1{,}4}$$
$$t = 142{,}86[s]$$

$$s_N = v_2 \times t$$
$$s_N = 2{,}2 \times 142{,}86$$
$$s_N = 315[m]$$

1.147. Zrakoplov leti iz točke A u točku B koja se nalazi 400 km zapadno od A. Odredi kako je dugo
morao letjeti: a) ako nema vjetra, b) ako puše vjetar s istoka, c) ako puše vjetar s juga? Brzina je
vjetra 20 m/s, a brzina zrakoplova s obzirom na zrak 800 km/h.

s = 400 [km] = 400000 [m]
v_V = 20 [m/s]
v_Z = 800 [km/h] = 222,22 [m/s]
t = ?

a)

$$t = \frac{s}{v_Z}$$
$$t = \frac{400000}{222.22}$$
$$t = 1800[s] = 30[min]$$

b)

$$t = \frac{s}{v_V + v_Z}$$
$$t = \frac{400000}{20 + 222{,}22}$$
$$t = 1651{,}4[s] = 27[min]31[s]$$

c)

$$v = \sqrt{v_Z^2 + v_V^2}$$
$$v = \sqrt{222{,}22^2 + 20^2}$$
$$v = 223{,}11\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$t = \frac{s}{v}$$
$$t = \frac{400000}{223{,}11}$$
$$t = 1792{,}77[s] = 29[min]52[s]$$

1.148. Automobil vozi brzinom 50 km/h. Pošto je 5 sekundi kočio, brzina mu se smanjila na 20 km/h.
Nađi: a) akceleraciju ako je gibanje bilo jednoliko usporeno, b) put prevaljen u petoj sekundi.

v_1 = 50 [km/h] = 13,89 [m/s]
v_2 = 20 [km/h] = 5,56 [m/s]
t = 5 [s]
a = ?, s_{5-4} = ?

a)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{13{,}89 - 5{,}56}{5}$$

$$a = 1{,}66\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

b)

$$s_5 = \frac{1}{2} \times a \times t_5^2 \qquad s_4 = \frac{1}{2} \times a \times t_4^2$$

$$s_5 = \frac{1}{2} \times 1{,}66 \times 5^2 \qquad s_4 = \frac{1}{2} \times 1{,}66 \times 4^2$$

$$s_5 = 20{,}825[m] \qquad s_4 = 13{,}28[m]$$

$$s_{5-4} = s_5 - s_4$$

$$s_{5-4} = 20{,}825 - 13{,}28$$

$$s_{5-4} = 7{,}545[m]$$

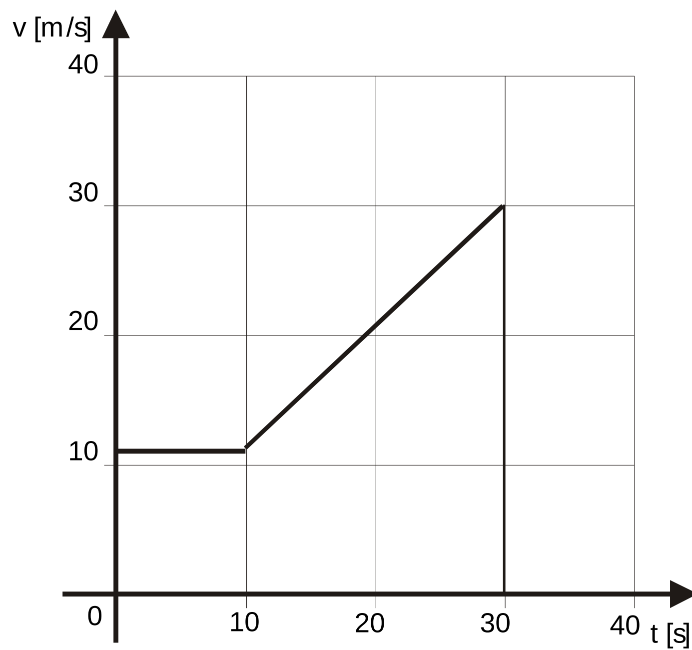
1.149. Automobil vozi 10 sekundi jednoliko na horizontalnom putu brzinom 40 km/h. Nakon toga dođe
do nizbrdice gdje dobiva akceleraciju 1 m/s^2. a) Koliku će brzinu imati auto 30 sekundi nakon
početka gibanja? b) Koliki će put prevaliti za to vrijeme? c) Nacrtaj grafički prikaz brzine za to
gibanje i iz grafikona nađi ukupni put što ga je tijelo prevalilo.

t_1 = 10 [s]
v_0 = 40 [km/h] = 11,11 [m/s]
a = 1 [m/s^2]
t_2 = 30 [s]
v = ?, s = ?

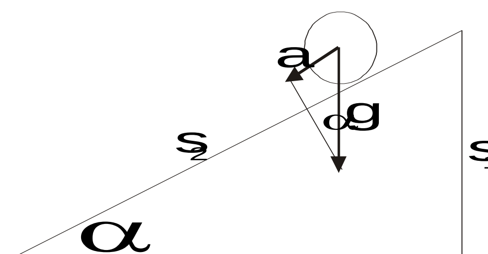
a) b)

$$v = v_0 + a \times t$$
$$v = 11{,}11 + 1 \times 20$$
$$v = 31{,}11 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$s = v_0 \times t + \frac{1}{2} \times a \times t^2$$
$$s = 11{,}11 \times 30 + \frac{1}{2} \times 1 \times 20^2$$
$$s = 533{,}3 [m]$$



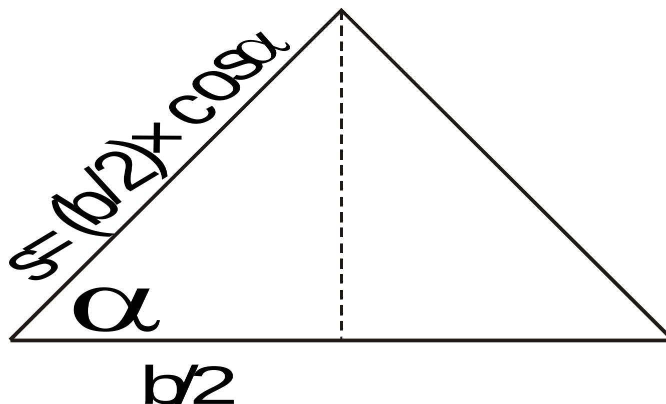
1.150. Koliki priklon ima ravnina prema horizontalnoj ravnini ako kuglici koja se kotrlja niz nju treba pet puta više vremena nego kad bi padala niz visinu te kosine?



$t_2 = 5 \times t_1$
$a = g \times \sin\alpha$
$s_1 = s_2 \times \sin\alpha$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times s_1}{g}}$$
$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \times s_2}{a}}$$
$$\frac{2 \times s_1}{g} = \frac{2 \times s_2}{25 \times a}$$
$$\frac{2 \times s_2 \times \sin\alpha}{g} = \frac{2 \times s_2}{25 \times g \times \sin\alpha}$$
$$\sin\alpha = \frac{1}{25 \times \sin\alpha}$$
$$\sin^2\alpha = \frac{1}{25}$$
$$\sin\alpha = 0{,}2$$
$$\alpha = 11{,}54^0$$

1.151. Koliki kut nagiba mora imati krov baze b da bi voda s njega otjecala za najkraće vrijeme?



$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2 = \frac{1}{2} \times g \times t^2 \times \sin\alpha$

$s = \frac{b}{2} \times \cos\alpha$ Vrijeme će biti najkraće kad je sin2α najveće, tj. 2α =

$t = \sqrt{\frac{b \times \cos\alpha}{g \times \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \times b}{g \times \sin 2\alpha}}$

90^0, $\alpha = 45^0$.

1.152. Duž kosine kojoj je nagib 32^0 tijelo se uspinje početnom brzinom 30 m/s. a) Koliki put prevali
tijelo gibajući se prema gore i koliko dugo to traje? b) Koliko treba tijelu da iz najviše točke na
kosini stigne opet dolje?

$\alpha = 32^0$
$v_0 = 30$ [m/s]
$s = ?$, $t = ?$, $t_1 = ?$

a) b)

$v = v_0 - a \times t$

$v = 0$

$a = g \times \sin 32^0$

$t = \frac{v_0}{a}$

$t = \frac{v_0}{g \times \sin 32^0}$

$t = \frac{30}{9{,}81 \times \sin 32^0}$

$t = 5{,}77[s]$

$t_1 = t = 5{,}77[s]$

$s = \frac{1}{2} \times a \times t^2$

$s = \frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \sin 32^0 \times 5{,}77^2$

$s = 86{,}54[m]$

1.153. Strelica izbačena lukom vertikalno u vis vraća se nakon 20 sekundi. Kolika je bila početna
brzina?

t = 20 [s]
v_0 = ?

$v = v_0 - g \times t_0$

$t_0 = \frac{t}{2} = \frac{20}{2} = 10[s]$

$v = 0$

$v_0 = g \times t_0$

$v_0 = 9{,}81 \times 10$

$v_0 = 98{,}1\left[\frac{m}{s}\right]$

1.154. Do koje se visine digne tijelo koje se , vertikalno bačeno u vis, nakon 20 sekundi vrati na zemlju?

t = 20 [s]
s = ?

$s = v_0 \times t_0 - \frac{g}{2} \times t_0^2$

$v_0 = 0$

$t_0 = \frac{t}{2} = \frac{20}{2} = 10[s]$

$s = \frac{g}{2} \times t^2$

$s = \frac{9{,}81}{2} \times 10^2$

$s = 4{,}905 \times 100$

$s = 490{,}5[m]$

1.155. Tijelo bačeno vertikalno u vis palo je natrag na tlo za 6 sekundi. Koju je visinu tijelo postiglo i

koliku brzinu je imalo kad je palo? Otpor zraka zanemarimo.

t = 6 [s]
s = ?, v = ?

$$s = \frac{g}{2} \times t_0^2$$
$$s = \frac{9,81}{2} \times 3^2$$
$$s = 44,145[m]$$

$$v = g \times t_0$$
$$v = 9,81 \times 3$$
$$v = 29,43\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.156. Kamen smo bacili vertikalno do visine 10 m. Za koje će on vrijeme pasti na tlo? Otpor zraka
zanemarimo.
s = 10 [m]
t = ?

$$s = \frac{g}{2} \times t^2$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 10}{9,81}}$$
$$t = 1,43[s]$$

1.157. Iz aerostata koji se nalazi na visini 400 m ispadne kamen. Za koje će vrijeme kamen pasti na
zemlju: a) ako se aerostat vertikalno diže brzinom 10 m/s, b) ako se aerostat vertikalno spušta
brzinom 10 m/s, c) ako aerostat miruje u zraku, d) ako se aerostat kreće horizontalnom brzinom 10
m/s?

s = 400 [m]
v_0 = 10 [m/s]
v = ?

a) b) c) d)

$$t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}} + \frac{v_0}{g}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 400}{9{,}81}} + \frac{10}{9{,}81}$$
$$t = 9{,}03 + 1{,}01$$
$$t = 10{,}04[s]$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}} - \frac{v_0}{g}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 400}{9{,}81}} - \frac{10}{9{,}81}$$
$$t = 9{,}03 - 1{,}01$$
$$t = 8{,}02[s]$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 400}{9{,}81}}$$
$$t = 9{,}03[s]$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times s}{g}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 400}{9{,}81}}$$
$$t = 9{,}03[s]$$

1.158. Tijelo bacimo vertikalno u vis početnom brzinom v_0 = 50 m/s. Za koje vrijeme će stići u najvišu
točku i kolika je ta visina (g = 10 m/s^2)? b) Za koje će vrijeme tijelo postići prvi put visinu 15 m, a
za koje c) drugi put visinu 15 m?

v_0 = 50 [m/s]
s= 15 [m]
t_1 = ?, s_1 = ?, t_2 = ?, t_3 = ?

a)

$$t_1 = \frac{v_0}{g}$$
$$t_1 = \frac{50}{10}$$
$$t_1 = 5[s]$$
$$s_1 = \frac{v_0^2}{2 \times g}$$
$$s_1 = \frac{50^2}{2 \times 10}$$
$$s_1 = 125[m]$$

b) i c)

$$s = v_0 \times t - \frac{g}{2} \times t^2$$
$$\frac{g}{2} \times t^2 - v_0 \times t - s = 0$$
$$5t^2 - 50t - 15 = 0$$
$$t_{2,3} = \frac{50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \times 5 \times 15}}{2 \times 5}$$
$$t_{2,3} = \frac{50 \pm 46{,}94}{10}$$
$$t_2 = 0{,}3[s]$$
$$t_3 = 9{,}7[s]$$

1.159. Prikaži grafički ovisnost puta s o vremenu t i ovisnost brzine v o vremenu t za tijelo koje je bačeno
vertikalno u vis početnom brzinom 10 m/s. Treba obuhvatiti vrijeme prve dvije sekunde u
intervalima 0,2 sekunde. Otpor sredstva možemo zanemariti, a za g uzeti 10 m/s^2.

crtati na milimetarskom papiru!!!

1.160. Dvije teške kugle bacimo vertikalno uvis jednakim početnim brzinama, jednu za drugom u vremenskom razmaku 2 s. Kugle se sastanu dvije sekunde pošto je bačena druga kugla. Odredi početnu brzinu kugala. Otpor zraka zanemarimo.

$\Delta t = 2$ [s]
$t = 2$ [s]
$v_0 = ?$

$$s_1 = v_0 \times t_1 - \frac{g}{2} \times t_1^2$$
$$s_2 = v_0 \times t_2 - \frac{g}{2} \times t_2^2$$
$$s_1 = s_2$$
$$t_1 = \Delta t + t = 2 + 2 = 4[s]$$
$$t_2 = t = 2[s]$$

$$v_0 \times t_1 - \frac{g}{2} \times t_1^2 = v_0 \times t_2 - \frac{g}{2} \times t_2^2$$
$$4v_0 - 4{,}905 \times 4^2 = 2v_0 - 4{,}905 \times 2^2$$
$$2v_0 = 58{,}68$$
$$v_0 = 29{,}43\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.161. Elastična kugla padne na zemlju s visine 49 m. Pošto je udarila o zemlju, odbija se vertikalno u vis brzinom koja je jednaka 3/5 brzine kojom je pala. Nađi visinu na koju se digla kugla pošto se odbila.

$s = 49$ [m]
$v_1 = (3/5) \times v_0$
$s_1 = ?$

$$v_0 = \sqrt{2 \times g \times s}$$
$$v_0 = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 49}$$
$$v_0 = 31\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$v_1 = \frac{3}{5} \times v_0$$
$$v_1 = \frac{3}{5} \times 31$$
$$v_1 = 18{,}6\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2 \times g}$$
$$s_1 = \frac{18{,}6^2}{2 \times 9{,}81}$$
$$s_1 = 17{,}64[m]$$

1.162. Tane i zvuk koji je pritom nastao dopru istodobno do visine 510 m. Kolikom je brzinom izašlo

tane iz cijevi ako je brzina zvuka 340 m/s? Otpor zraka zanemarimo.
s = 510 [m]
v_1 = 340 [m/s]
v_0 = ?

$$v_1 = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v_1}$$

$$t = \frac{510}{340} = 1{,}5[s]$$

$$s = v_0 t - \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow v_0 = \frac{s + \frac{g}{2}t^2}{t}$$

$$v_0 = \frac{510 + 4{,}905 \times 1{,}5^2}{1{,}5}$$

$$v_0 = 347{,}36\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.163. Tijelo A bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom v_0. Tijelo B pada po istom pravcu s visine
d početnom brzinom 0. Nađi funkciju koja prikazuje ovisnost udaljenosti y između tijela A i B u
ovisnosti o vremenu t ako pretpostavimo da su se tijela počela gibati istodobno.

Put što prijeđe tijelo A pri vertikalnom hicu: $s_1 = v_0 t - \frac{g}{2}t^2$

Put što prijeđe tijelo B u slobodnom padu: $s_2 = \frac{g}{2}t^2$

Udaljenost između oba tijela pri gibanju:

$$y = d - (s_1 + s_2)$$

$$y = d - (v_0 t - \frac{g}{2}t^2 + \frac{g}{2}t^2)$$

$$y = d - v_0 t$$

1.164. Tane izleti iz puške u horizontalnom smjeru brzinom 275 m/s. Na kojoj će udaljenosti od mjesta
gdje je ispaljeno tane pasti ako je puška smještena 2,5 m iznad površine zemlje?

v_0 = 275 [m/s]
y = 2,5 [m]
x = ?

$$x = v_0 \times t$$

$$y = \frac{g}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 2,5}{9,81}}$$

$$t = 0,51[s]$$

$$x = 275 \times 0,51$$

$$x = 140,2[m]$$

1.165. Iz horizontalne cijevi teče voda početnom brzinom v_0 = 15 m/s. Za koliko se mlaz vode spustio na
udaljenosti 40 m od izlazne točke (g = 10 m/s^2)?

v_0 = 15 [m/s]
x = 40 [m]
y = ?

$$t = \frac{x}{v_0}$$

$$t = \frac{40}{15}$$

$$t = 2,67[s]$$

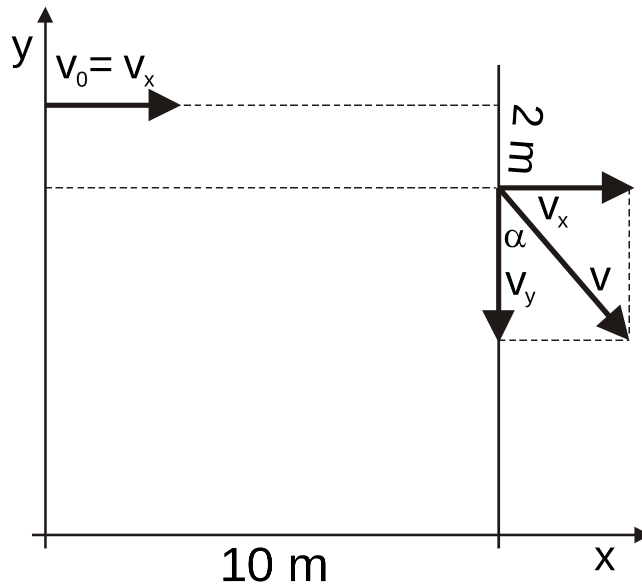
$$y = \frac{g}{2} \times t^2$$

$$y = \frac{10}{2} \times 2,67^2$$

$$y = 35,65[m]$$

1.166. Loptu bacimo horizontalno. Ona udari o vertikalni zid koji se nalazi 10 m daleko od početnog
položaja lopte. Visina mjesta gdje je lopta udarila o zid manja je 2 m od visine mjesta iz kojeg je
lopta izbačena. Kojom je početnom brzinom lopta bila izbačena i pod kojim je priklonim kutom
udarila o zid?

x = 10 [m]
y = 2 [m]
v_0 = ?, α = ?



$$v_0 = v_X = \frac{s_X}{t} = \frac{10}{0,64} = 15,63\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$s_Y = \frac{g}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s_Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{9,81}} = 0,64[s]$$

$$v_Y = \sqrt{2 \times g \times s_Y} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2} = 6,26\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$tg\alpha = \frac{v_X}{v_Y} = \frac{15,63}{6,26} = 2,496 \Rightarrow \alpha = 68,17^0$$

1.167. Iz zrakoplova koji leti horizontalno na visini 1200 m izbačen je sanduk s hranom. Kojom je brzinom letio zrakoplov u času kad je izbacio sanduk ako je pao 500 m daleko od mjesta na tlu koje se nalazilo vertikalno ispod položaja zrakoplova u času kad je izbacio sanduk?

y = 1200 [m]
x = 500 [m]
v_0 = ?

$$v_0 = \frac{x}{t}$$

$$v_0 = \frac{500}{4,99}$$

$$v_0 = 100,2\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 1200}{9,81}}$$

$$t = 4,99[s]$$

1.168. S tornja visokog 50 m bacimo horizontalno kamen početnom brzinom 30 m/s. a) Koliko dugo će kamen padati? b) Na kojoj će udaljenosti od tornja pasti na zemlju? Riješi zadatak grafički i računski.

y = 50 [m]
v_0 = 30 [m/s]
t = ?, x = ?

$$t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9{,}81}}$$
$$t = 3{,}19[s]$$

$$x = v_0 \times t$$
$$x = 30 \times 3{,}19$$
$$x = 95{,}78[m]$$

1.169. S tornja visokoga 30 m bacimo kamen početnom brzinom 10 m/s u horizontalnom smjeru. Treba odrediti kako dugo će se kamen gibati, koliki mu je domet i kojom će brzinom pasti na zemlju. Otpor zraka zanemarimo.

y = 30 [m]
v_0 = 10 [m/s]
t = ?, x = ?, v = ?

$$t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 30}{9{,}81}}$$
$$t = 2{,}47[s]$$

$$x = v_0 \times t$$
$$x = 10 \times 2{,}47$$
$$x = 24{,}7[m]$$

$$v_X = v_0 = 10\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$v_Y = g \times t = 9{,}81 \times 2{,}47 = 24{,}23[s]$$
$$v = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2} = \sqrt{10^2 + 24{,}23^2} = 26{,}21\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$tg\alpha = \frac{v_Y}{v_X} = \frac{24{,}23}{10} = 2{,}423 \Rightarrow \alpha = 67{,}57^0$$

1.170. Odredi funkcionalnu vezu između putova komponentnih gibanja horizontalnog hica.

$$x = v_0 \times t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

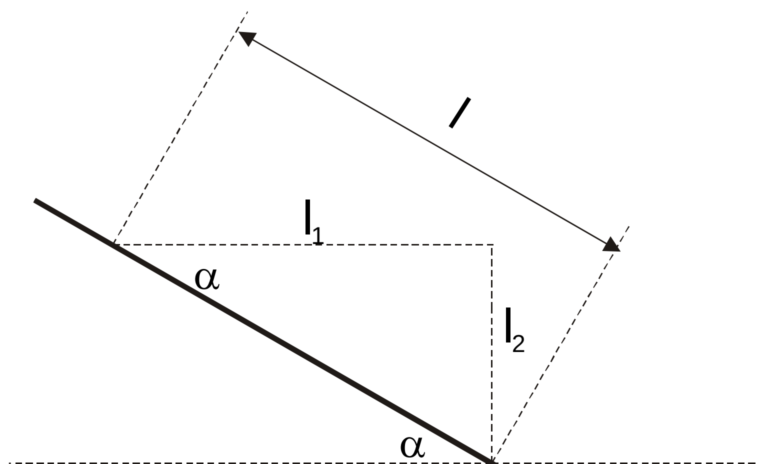
$$y = \frac{g}{2} \times t^2$$

$$y = \frac{g}{2} \times \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

$$y = \frac{g}{2 \times v_0^2} \times x^2 \rightarrow \text{parabola}$$

1.171. S vrha brijega bacimo kamen u horizontalnom smjeru. Padina brijega nagnuta je prema horizontalnoj ravnini za kut α = 30^0. Kojom je brzinom bačen kamen ako je na padinu brijega pao 200 m daleko od mjesta gdje je izbačen?

α = 30^0
l = 200 [m]
v = ?



$$l_1 = v \times t = l \times \cos \alpha$$

$$l_2 = \frac{g}{2} \times t^2 = l \times \sin \alpha$$

$$l \times \sin \alpha = \frac{g}{2} \times \frac{l^2 \times \cos^2 \alpha}{v^2}$$

$$v^2 = \frac{g \times l \times \cos^2 \alpha}{2 \times \sin \alpha}$$

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 200 \times \cos^2 30^0}{2 \times \sin 30^0}} = 38{,}36 \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.172. Mlaz vode istječe iz cijevi koja ima kut elevacije: a) 30^0, b) 40^0, c) 60^0. Nacrtaj krivulje koje
prikazuju oblik mlaza vode ako je početna brzina mlaza 15 m/s.

crtati na milimetarskom papiru!!!

domet:

a)

$$X = \frac{v_0^2 \times \sin 2\alpha}{g}$$

$$X = \frac{15^2 \times \sin 60^0}{9{,}81}$$

$$X = 19{,}86[m]$$

$$X = \frac{v_0^2 \times \sin 2\alpha}{g}$$

$$X = \frac{15^2 \times \sin 120^0}{9{,}81}$$

$$X = 19{,}86[m]$$

b)

$$X = \frac{v_0^2 \times \sin 2\alpha}{g}$$

$$X = \frac{15^2 \times \sin 80^0}{9{,}81}$$

$$X = 22{,}59[m]$$

c)

1.173. Tijelo smo bacili početnom brzinom v_0 pod kutom α prema horizontalnoj ravnini. Tijelo se
vratilo na tlo za 3 sekunde. Koju je najveću visinu postiglo?

2t = 3 [s]
s = ?

$$s = \frac{g}{2} \times t^2$$

$$s = \frac{9{,}81}{2} \times 1{,}5^2$$

$$s = 11{,}04[m]$$

1.174. Iz luka izbacimo strelicu pod kutom 60^0, početnom brzinom 100 m/s. a) Kolike su vertikalna i
horizontalna komponenta početne brzine? Koji je put strelica prešla u horizontalnom i vertikalnom
smjeru poslije prve i treće sekunde? c) Do koje se visine penje strelica? d) Za koje vrijeme postiže

strelica tu visinu? e) Na kojoj udaljenosti pada strelica opet na zemlju? f) Nakon koliko vremena
pada strelica opet na zemlju? g) Nacrtaj stazu strelice u omjeru 1 : 10000. h) Pod kojim kutom
treba izbaciti strelicu da padne na tlo na udaljenosti 500 m ($g = 10\ m/s^2$)?

$\alpha = 60^0$
$v_0 = 100$ [m/s]
$v_X = ?$, $v_Y = ?$, $x_1 = ?$, $y_1 = ?$, $x_3 = ?$, $y_3 = ?$, $Y = ?$, $t = ?$, $X = ?$, $2t = ?$
$X = 500$ [m]
$\alpha = ?$

a)

$$v_X = v_0 \times \cos\alpha$$
$$v_X = 100 \times \cos 60^0$$
$$v_X = 50\left[\frac{m}{s}\right]$$
$$v_Y = v_0 \times \sin\alpha$$
$$v_Y = 100 \times \sin 60^0$$
$$v_Y = 86{,}6\left[\frac{m}{s}\right]$$

b)

$$x_1 = v_0 t_1 \times \cos\alpha$$
$$x_1 = 100 \times 1 \times \cos 60^0$$
$$x_1 = 50[m]$$
$$x_3 = v_0 t_3 \times \cos\alpha$$
$$x_3 = 100 \times 3 \times \cos 60^0$$
$$x_3 = 150[m]$$

$$y_1 = v_0 t \times \sin\alpha - \frac{g}{2} t_1^2$$
$$y_1 = 100 \times 1 \times \sin 60^0 - 4{,}905 \times 1$$
$$y_1 = 81.7[m]$$
$$y_3 = v_0 t \times \sin\alpha - \frac{g}{2} \times t_3^2$$
$$y_3 = 100 \times 3 \times \sin 60^0 - 4{,}905 \times 9$$
$$y_3 = 215{,}67[m]$$

c)

$$Y = \frac{v_0^2 \times \sin^2\alpha}{2 \times g}$$
$$Y = \frac{100^2 \times \sin^2 60^0}{2 \times 9{,}81}$$
$$Y = 382{,}26[m]$$

d)

$$t = \frac{v_0 \times \sin\alpha}{g}$$
$$t = \frac{100 \times \sin 60^0}{9{,}81}$$
$$t = 8{,}83[s]$$

e)

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$
$$X = \frac{100^2 \times \sin 120^0}{9{,}81}$$
$$X = 882{,}8[m]$$

f)

h)

$$2t = 2 \times 8{,}83$$
$$2t = 17{,}66[s]$$

$$\sin 2\alpha = \frac{X \times g}{v_0^2}$$
$$\sin 2\alpha = \frac{500 \times 9{,}81}{100^2}$$

$$\sin 2\alpha = 0{,}4905$$
$$2\alpha = 29{,}37^0$$
$$\alpha = 14{,}69^0$$

1.175. a) Odredi jednadžbu krivulje koju tijelo opisuje prilikom kosog hica. b) Izvedi izraz za najveću visinu koju tijelo postigne pri kosom hicu. c) Izvedi izraz za domet hica. d) Izvedi izraz za vrijeme potrebno da se taj domet postigne.

a)

$$x = v_0 t \times \cos\alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$$
$$y = v_0 t \times \sin\alpha - \frac{g}{2} \times t^2$$
$$y = v_0 \times \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha} \times \sin\alpha - \frac{g}{2} \times \frac{x^2}{v_0^2 \times \cos^2\alpha}$$
$$y = \tan\alpha \times x - \frac{g}{2 \times v_0^2 \cos^2\alpha} x^2$$

b)

$$y = v_0 t \sin\alpha - \frac{g}{2} t^2$$
$$v_Y = 0 = v_0 \sin\alpha - gt \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$
$$y = v_0 \times \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \sin\alpha - \frac{g}{2} \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2}$$
$$Y = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

c)

$$y = 0 = v_0 t \times \sin\alpha - \frac{g}{2} \times t^2$$
$$v_0 t \times \sin\alpha = \frac{g}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$$
$$x = v_0 t \times \cos\alpha$$
$$x = v_0 \times \frac{2v_0}{g} \times \cos\alpha$$
$$X = \frac{2v_0^2 \times \cos\alpha}{g}$$

d)

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$
$$2t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

1.176. Kamen bacimo brzinom 10 m/s pod kutom elevacije 40^0. On padne na zemlju na udaljenosti d od početnog položaja. S koje visine s_Y treba baciti kamen u horizontalnom smjeru da bi uz jednaku početnu brzinu pao na isto mjesto? Otpor zraka zanemarimo.

v_0 = 10 [m/s]
$\alpha = 40^0$
s_Y = ?

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$
$$d = \frac{10^2 \sin 80^0}{9{,}81}$$
$$d = 10[m]$$

$$t = \frac{d}{v_0}$$
$$s_Y = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow s_Y = \frac{g}{2} \times \frac{d^2}{v_0^2}$$
$$s_Y = \frac{9{,}81}{2} \times \frac{10^2}{10^2}$$
$$s_Y = 4{,}905[m]$$

1.177. Kamen bacimo s tornja visine 30 m početnom brzinom 10 m/s pod kutom 35^0 prema horizontali. Treba odrediti koliko dugo će se tijelo gibati i na kojoj će udaljenosti od podnožja tornja pasti. Otpor zraka zanemarimo.

h_0 = 30 [m]
v_0 = 10 [m/s]
$\alpha = 35^0$
t = ?, D = ?

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$
$$t_1 = \frac{10 \times \sin 30^0}{9{,}81}$$
$$t_1 = 0{,}51[s]$$
$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \times g}$$
$$h = \frac{10^2 \sin^2 35^0}{2 \times 9{,}81}$$
$$h = 1{,}67[m]$$

$$H = h + h_0 = 1{,}67 + 30 = 31{,}67[m]$$
$$H = \frac{g}{2} \times t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2 \times H}{g}}$$
$$t_2 = \sqrt{\frac{2 \times 31{,}67}{9{,}81}} = 2{,}54[s]$$
$$t = t_1 + t_2 = 0{,}51 + 2{,}54 = 3{,}05[s]$$
$$D = d + d_0 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} + v_0 t_2 \cos \alpha$$
$$D = \frac{10^2 \sin 70^0}{2 \times 9{,}81} + 10 \times 2{,}54 \times \cos 35^0$$
$$D = 4{,}8 + 20{,}8 = 25{,}6[m]$$

1.178. Dječak baci loptu brzinom 8 m/s pod kutom 45^0 prema horizontali. Lopta udari o vertikalni zid
koji se nalazi 5 m daleko od dječaka. Odredi kad će lopta udariti o zid i na kojoj visini h računajući
od visine s koje je lopta bačena. Otpor zraka zanemarimo.

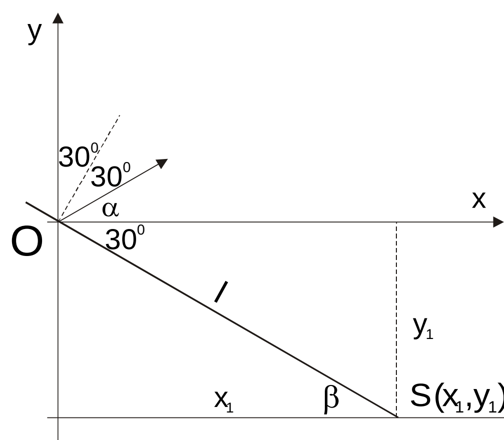
$v_0 = 8$ [m/s]
$\alpha = 45^0$
$d + d_1 = 5$ [m]
t = ?, h = ?

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$
$$t_1 = \frac{8 \times \sin 45^0}{9,81}$$
$$t_1 = 0,58[s]$$
$$d = v_X \times t = v_0 \times \cos\alpha \times t_1$$
$$d = 8 \times \cos 45^0 \times 0,58$$
$$d = 3,28[m]$$
$$d_1 = 5 - 3,28$$
$$d_1 = 1,72[m]$$
$$d_1 = v_0 t_2 \cos\alpha \Rightarrow t_2 = \frac{d_1}{v_0 \times \cos\alpha}$$
$$t_2 = \frac{1,72}{8 \times \cos 45^0} = 0,3[s]$$

$$y = \frac{g}{2} \times t_2^2$$
$$y = \frac{9,81}{2} \times 0,3^2$$
$$y = 0,44[m]$$
$$Y = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2 \times g}$$
$$Y = \frac{8^2 \times \sin^2 45^0}{2 \times 9,81}$$
$$Y = 1,63[m]$$
$$h = Y - y$$
$$h = 1,63 - 0,44$$
$$h = 1,19[m]$$
$$t = t_1 + t_2$$
$$t = 0,58 + 0,3 = 0,88[s]$$

1.179. Kuglica slobodno pada s visine 2m, padne na kosinu i od nje se elastično odbije. Na kojoj će
udaljenosti od mjesta gdje je prvi put pala kuglica opet pasti na kosinu? Kut nagiba kosine jest
$\beta = 30^0$.

h = 2 [m]
$\beta = 30^0$
l = ?



$$tg\beta = -\frac{y_1}{x_1} \Rightarrow x_1 = -\frac{y_1}{tg\beta}$$

$$x = v \times t \times \cos\alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v \times \cos\alpha}$$

$$y = v \times t \times \sin\alpha - \frac{g}{2} \times t^2$$

$$y = v \times \frac{x}{v \times \cos\alpha} \times \sin\alpha - \frac{g}{2} \times \frac{x^2}{v^2 \times \cos^2\alpha}$$

$$y = x \times tg\alpha - \frac{g}{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha} \times x^2$$

$$y_1 = -\frac{y_1}{tg\beta} \times tg\alpha - \frac{g}{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha} \times \frac{y_1^2}{tg^2\beta}$$

$$1 = -\frac{tg\alpha}{tg\beta} - \frac{g}{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha} \times \frac{y_1}{tg^2\beta}$$

$$y_1 = -\frac{tg\alpha}{tg\beta} \times \frac{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha \times tg^2\beta}{g} - \frac{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha \times tg^2\beta}{g}$$

$$y_1 = -\frac{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha \times tg\beta \times tg\alpha}{g} - \frac{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha \times tg^2\beta}{g}$$

$$y_1 = -\frac{2 \times v^2 \times \cos^2\alpha \times tg\beta}{g} \times (tg\alpha - tg\beta)$$

$$\alpha = \beta \Rightarrow tg\alpha = tg\beta$$

$$tg\alpha - tg\beta = 0$$

$$v^2 = 2 \times g \times h$$

$$y_1 = -\frac{2 \times 2 \times g \times h \times \cos^2\alpha \times tg\beta}{g}$$

$$y_1 = -2 \times 2 \times 2 \times \cos^2 30^0 \times tg30^0$$

$$y_1 = -8 \times 0{,}75 \times 0{,}577$$

$$y_1 = -3{,}464[m]$$

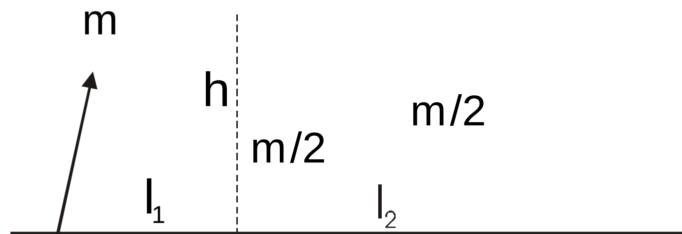
$$\sin\beta = -\frac{y_1}{l} \Rightarrow l = -\frac{y_1}{\sin\beta}$$

$$l = -\frac{-3{,}464}{\sin 30^0}$$

$$l = 6{,}92[m]$$

1.180. Granata mase m ispaljena je koso u zrak. Kad je postigla svoj najviši položaj h = 19,6 m, raspala se na dva jednaka dijela. Jedan je pao vertikalno dolje i za 2 sekunde stigao na zemlju 1000 m daleko od mjesta gdje je granata ispaljena. Koliko je daleko pao drugi dio? Otpor zraka zanemarimo.

h = 19,6 [m]
t = 2 [s]
l = 1000 [m]
l_2 = ?



$$mv = \frac{m}{2} \times v_2 \Rightarrow v_2 = 2v$$

$$v = \frac{l}{t}$$

$$v = \frac{1000}{2}$$

$$v = 500\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$v_2 = 2 \times 500$$

$$v_2 = 1000\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$l_2 = v_2 \times t$$

$$l_2 = 1000 \times 2$$

$$l_2 = 2000[m]$$

$$l + l_2 = 1000 + 2000 = 3000[m]$$

8. SASTAVLAJNJE I RASTAVLJANJE SILA I TRENJE

1.181. Ma tijelo mase 4 kg djeluju dvije sile svaka 2 N. Kakvi će biti smjer i veličina ubrzanja: a) ako sile

djeluju pod kutom 90^0, b) ako sile imaju isti smjer, c) ako sile imaju suprotan smjer?

m = 4 [kg]
$F_1 = F_2$ = 2 [N]
F_R = ?, a = ?

a) b) c)

$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

$F_R = \sqrt{2^2 + 2^2}$

$F_R = 2{,}828[N]$

$a = \frac{F_R}{m}$

$a = \frac{2{,}828}{4}$

$a = 0{,}7\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$tg\alpha = \frac{F_2}{F_1}$

$\alpha = 45^0$

$F_R = F_1 + F_2$

$F_R = 2 + 2$

$F_R = 4[N]$

$a = \frac{F_R}{m}$

$a = \frac{4}{4}$

$a = 1\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$F_R = F_1 - F_2$

$F_R = 2 - 2$

$F_R = 0$

$a = \frac{F_R}{m}$

$a = \frac{0}{4}$

$a = 0\left[\frac{m}{s^2}\right]$

1.182. Na kruto tijelo djeluju tri jednake sile koje međusobno zatvaraju kut 120^0. Hoće li se tijelo pod utjecajem tih sila gibati?

$F_1 = F_2 = F_3$
$\alpha = 120^0$

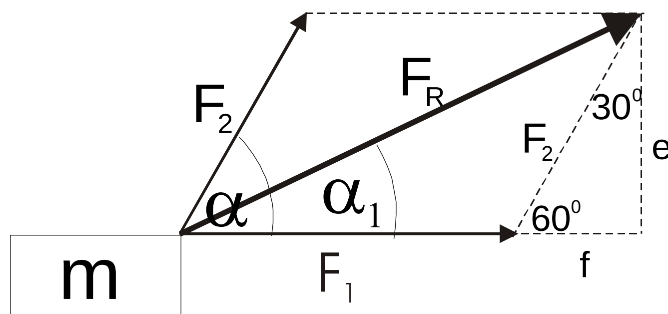
$\mathbf{F_R = 0}$

Tijelo se neće gibati.

1.183. Na tijelo mase 5 kg djeluju sila od 3 N i sila od 4 N, a smjerovi su im pod kutom 60^0. a) Koliku će brzinu imati tijelo nakon 2 sekunde? b) U kojem će se smjeru tijelo gibati?

m = 5 [kg]
F_1 = 4 [N]
F_2 = 3 [N]
$\alpha = 60^0$
t = 2 [s]

v = ?, α_1 = ?



$$e = \frac{\sqrt{3}}{2} \times F_2$$
$$e = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3$$
$$e = 2{,}6$$

$$f = \frac{F_2}{2}$$
$$f = \frac{3}{2}$$
$$f = 1{,}5$$

$$F_R = \sqrt{(F_1 + f)^2 + e^2}$$
$$F_R = \sqrt{(4 + 1{,}5)^2 + 2{,}6^2}$$
$$F_R = \sqrt{30{,}25 + 6{,}76}$$
$$F_R = 6{,}08[N]$$

$$a = \frac{F}{m}$$
$$a = \frac{6{,}08}{5}$$
$$a = 1{,}22\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

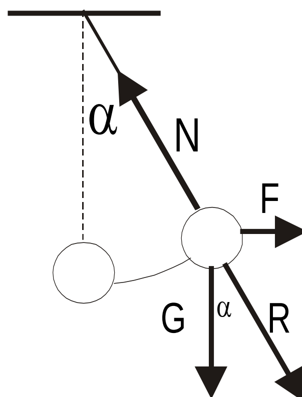
$$v = a \times t$$
$$v = 1{,}22 \times 2$$
$$v = 2{,}44\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\sin\alpha_1 = \frac{e}{F_1 + f}$$
$$\sin\alpha_1 = \frac{2{,}6}{4 + 1{,}5}$$
$$\sin\alpha_1 = 0{,}4727$$
$$\alpha_1 = 28{,}21^0$$

1.184. Žicu na kojoj visi uteg mase 16 kg dovedemo u novi položaj djelovanjem sile 120 N u horizontalnom smjeru. a) Kolika je napetost žice? b) Koliki je kut otklona α pri tom položaju?

Riješi zadatak grafički i računski.

m = 16 [kg]
F = 120 [N]
N = ?, α = ?

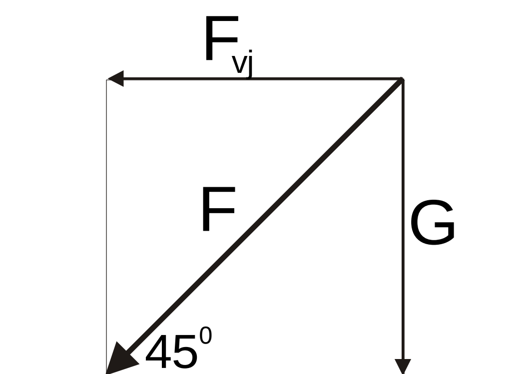


$$N = R$$
$$R = \sqrt{F^2 + G^2}$$
$$R = \sqrt{120^2 + (16 \times 9{,}81)^2}$$
$$R = \sqrt{14400 + 24636{,}44}$$
$$R = 197{,}58[N]$$

$$tg\alpha = \frac{F}{G}$$
$$tg\alpha = \frac{120}{16 \times 9{,}81}$$
$$tg\alpha = 0.76452$$
$$a = 37{,}39^0$$

1.185. Pod djelovanjem sile vjetra koji puše u horizontalnom smjeru kapljica kiše mase 0,03 g padne na
tlo pod kutom 45^0. Kojom silom djeluje vjetar na kapljicu? Riješi zadatak grafički i računski.

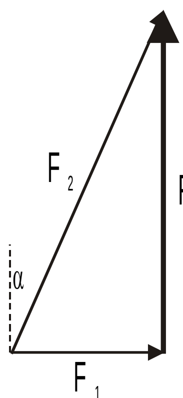
m = 0,03 [g] = 3×10^{-5} [kg]
$\alpha = 45^0$
F = ?



$$F_{vj} = G$$
$$G = m \times g$$
$$G = 3 \times 10^{-5} \times 10$$
$$G = 3 \times 10^{-4} [N]$$

1.186. Silu 90 N, koja djeluje vertikalno gore, treba rastaviti na dvije komponente od kojih je jedna
horizontalna 20 N. Odredi drugu komponentu računski i grafički.

$F = 90$ [N]
$F_1 = 20$ [N]
$F_2 = ?$, $\alpha = ?$

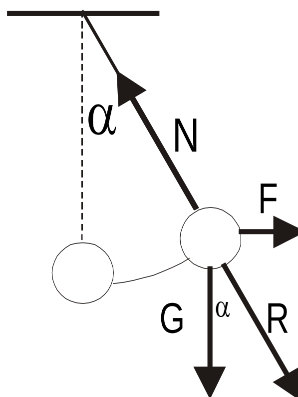


$$F_2 = \sqrt{F^2 + F_1^2}$$
$$F_2 = \sqrt{90^2 + 20^2}$$
$$F_2 = 92{,}2 [N]$$

$$\cos\alpha = \frac{F}{F_2}$$
$$\cos\alpha = \frac{90}{92{,}2}$$
$$\cos\alpha = 0{,}97613$$
$$\alpha = 12{,}54^0$$

1.187. O nit je obješena kuglica mase 50 g. Kolikom je silom nategnuta nit kad je otklonjena od položaja
ravnoteže za 30^0.

$m = 50$ [g] $= 5 \times 10^{-2}$ [kg]
$\alpha = 30^0$
$N = ?$



$N = R$

$$\cos\alpha = \frac{G}{R} \Rightarrow R = \frac{G}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

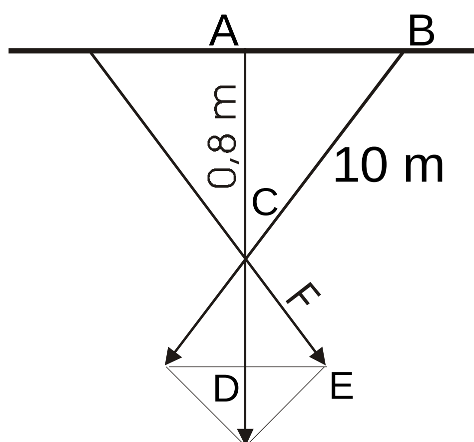
$$R = \frac{5\times10^{-2}\times9{,}81}{\cos 30^0}$$

$$R = \frac{0{,}4905}{0{,}866}$$

$$R = 0{,}566[N]$$

1.188. Svjetiljka mase 15 kg obješena je na sredini žice dugačke 20 m. Sredina žice udaljena je od
stropa 0,8 m. Odredi silu kojom je žica napeta.

m = 15 [kg]
l = 20 [m]
h = 0,8 [m]
F = ?



$\Delta ACB \cong \Delta CDE$

$\overline{CD} \rightarrow \frac{mg}{2} = \frac{15 \times 9{,}81}{2} = 73{,}58$

$\overline{CD} : F = \overline{AC} : \overline{BC}$

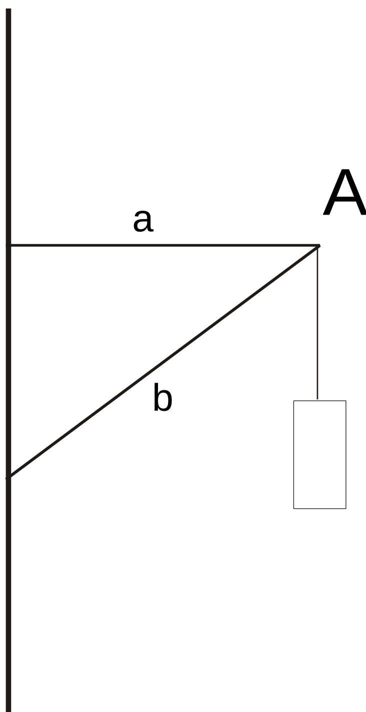
$F = \overline{CD} \times \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

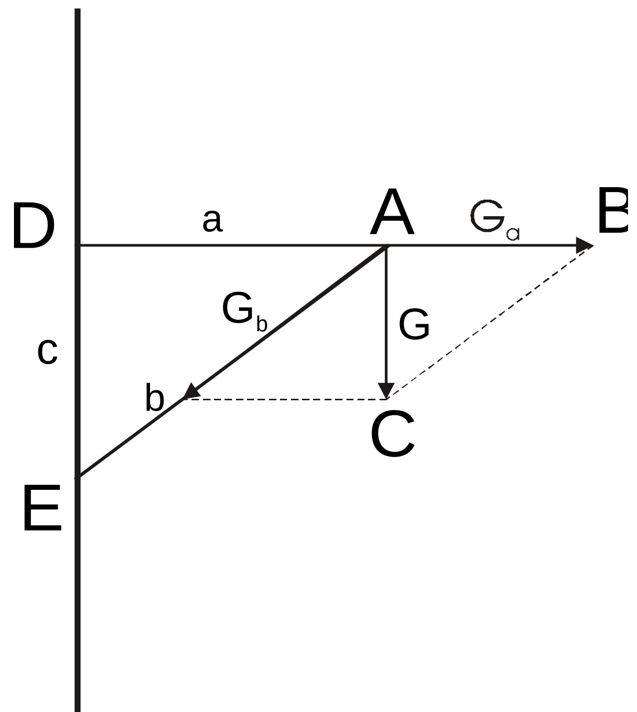
$F = 73{,}58 \times \frac{10}{0{,}8}$

$F = 919{,}75 [N]$

1.189. Predmet mase 6 kg obješen je u točki A dviju potpornih šipaka koje su dugačke a = 4 dm i b = 5 dm. Kolikom silom djeluje uteg duž oba štapa?

m = 6 [kg]
a = 4 [dm]
b = 5 [dm]
G_a = ?, G_b = ?





$\Delta DEA \cong \Delta ACB$

$c = \sqrt{b^2 - a^2}$

$c = \sqrt{5^2 - 4^2}$

$c = 3[dm]$

$a : c = G_a : G$

$G_a = \frac{a}{c} \times G$

$G_a = \frac{4}{3} \times m \times g$

$G_a = \frac{4}{3} \times 6 \times 9{,}81$

$G_a = 78{,}48[N]$

$c : b = G : G_b$

$G_b = G \times \frac{b}{c}$

$G_b = m \times g \times \frac{5}{3}$

$G_b = 6 \times 9{,}81 \times \frac{5}{3}$

$G_b = 98{,}1[N]$

1.190. Kolika sila mora djelovati na tijelo mase 4 kg da bi se ono gibalo vertikalno gore akceleracijom
2 m/s^2.

m = 4 [kg]
a = 2 [m/s^2]
F = ?

$F = G + m \times a$

$F = m \times (g + a)$

$F = 4 \times (9{,}81 + 2)$

$F = 47{,}24[N]$

1.191. Tijelo mase 3 kg giba se vertikalno dolje ubrzanjem 12 m/s^2. Kolika je sila koja osim sile teže
djeluje na tijelo?

m = 3 [kg]
a = 12 [m/s^2]
F = ?

$F_R = m \times a$

$F_R = G + F \Rightarrow F = F_R - G$

$F = m \times a - m \times g$

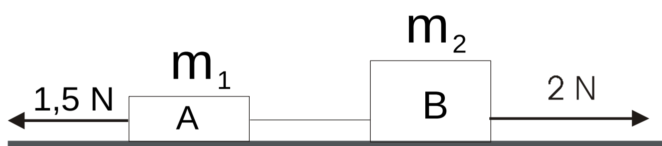
$F = m \times (a - g)$

$F = 3 \times (12 - 9{,}81)$

$F = 6{,}57[N]$

1.192. Na glatkoj podlozi leže dva utega međusobno povezani tankom niti. Masa m_1 utega A iznosi 300 g,
a masa m_2 utega B 500 g. Na uteg B djeluje sila 2 N, a na uteg A sila 1,5 N. Kojom se akceleracijom kreću utezi?

m_1 = 300 [g]
m_2 = 500 [g]
F_A = 1,5 [N]
F_B = 2 [N]
a = ?

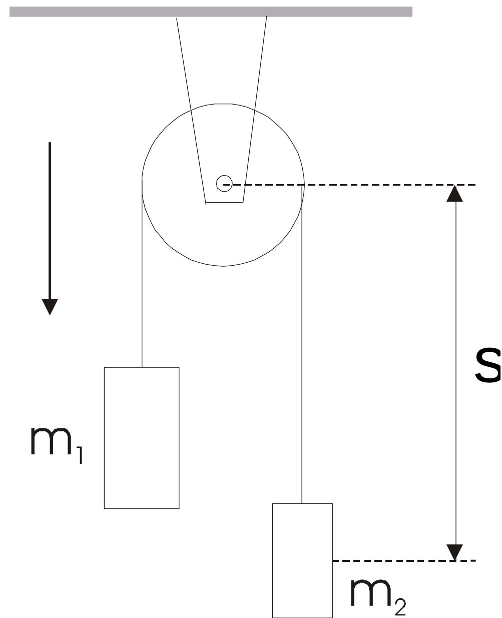


$$F_R = F_B - F_A$$
$$F_R = 2 - 1{,}5$$
$$F_R = 0{,}5[N]$$

$$F_R = (m_1 + m_2) \times a$$
$$a = \frac{F_R}{m_1 + m_2}$$
$$a = \frac{0{,}5}{0{,}3 + 0{,}5}$$
$$a = 0{,}625\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.193. Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta visi uteg mase 25 kg. Na
drugom kraju užeta visi majmun koji se penje po užetu. Kojom se akceleracijom diže majmun po
užetu ako se uteg nalazi uvijek na istoj visini? Masa je majmuna 20 kg. Za koje će vrijeme majmun
stići do koloture ako je na početku bio 20 m udaljen od nje?

m_1 = 25 [kg]
m_2 = 20 [kg]
s = 20 [m]
t = ?



$$m_1 \times g = m_2 \times g + m_2 \times a$$
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_2} \times g$$
$$a = \frac{25 - 20}{20} \times 9{,}81$$
$$a = 2{,}45\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s}{a}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 20}{2{,}45}}$$
$$t = 4{,}04[s]$$

1.194. Kamen mase 0,5 kg pada s vrha nebodera visoka 67 m. U času pada kamen ima brzinu 19 m/s.
Kolika je srednja sila otpora zraka?

m = 0,5 [kg]
s = 67 [m]
v = 19 [m/s]
F_o = ?

$$m \times a = G - F_o$$
$$F_o = m \times (g - a)$$
$$F_o = 0{,}5 \times (9{,}81 - 2{,}77)$$
$$F_o = 3{,}52[N]$$

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{19^2}{2 \times 67}$$
$$a = 2{,}7\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.195. Na horizontalnoj pruzi lokomotiva vuče vlak vučnom silom 180000 N. Na dijelu puta dugačku

500 m brzina je vlaka porasla od 36 km/h na 72 km/h. Koliko je trenje ako je masa vlaka 500 tona?

F = 180000 [N]
s = 500 [m]
v_0 = 36 [km/h] = 10 [m/s]
v = 72 [km/h] = 20 [m/s]
m = 500000 [kg]
F_{tr} = ?

$$m \times a = F - F_{tr}$$
$$F_{tr} = F - m \times a$$
$$F_{tr} = 180000 - 500000 \times 0,3$$
$$F_{tr} = 30000 [N]$$

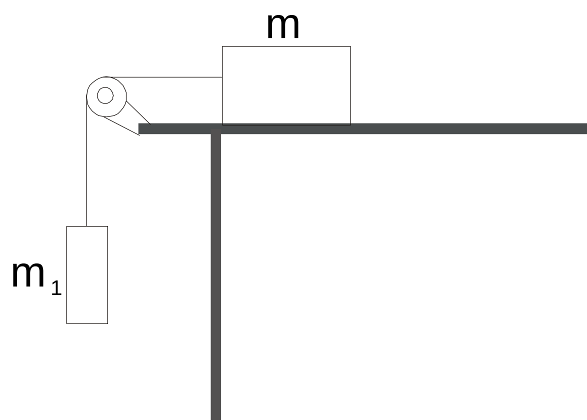
$$v^2 = v_0^2 + 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{20^2 - 10^2}{2 \times 500}$$
$$a = 0,3 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.196. Na horizontalnoj dasci leži uteg. Faktor trenja između daske i utega jest 0,1. Koliko horizontalno
ubrzanje treba dati da se uteg pomakne s obzirom na dasku?

μ = 0,1
a = ?

$$F = F_{tr}$$
$$m \times a = \mu \times m \times g$$
$$a = \mu \times g$$
$$a = 0,1 \times 9,81$$
$$a = 0,981 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.197. Na glatkome horizontalnom stolu leži tijelo mase m. Faktor trenja između stola i tijela jest μ. Na
tijelo je privezana nit koja je prebačena preko koloture učvršćene na rubu stola. Na drugom kraju
niti visi tijelo najveće moguće težine koja još ne uzrokuje klizanje prvog tijela po stolu. Kolika je
masa m_1 tijela koje visi?
m_1 = ?



$$m_1 \times g = \mu \times m \times g$$
$$m_1 = \mu \times m$$

1.198. Automobil vozi brzinom 72 km/h. Na kojoj najmanjoj udaljenosti ispred pješačkog prijelaza
mora početi kočiti da bi se pred njim zaustavio? Faktor trenja kotača s cestom jest 0,4 (g = 10
m/s²).

v = 72 [km/h] = 20 [m/s]
μ = 0,4
s = ?

$$F = F_{tr}$$
$$m \times a = \mu \times m \times g$$
$$a = \mu \times g$$
$$a = 0{,}4 \times 10$$
$$a = 4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \times a}$$
$$s = \frac{20^2}{2 \times 4}$$
$$s = 50[m]$$

1.199. Auto vozi po horizontalnoj cesti brzinom 36 km/h. U jednom času vozač isključi motor i auto se
zaustavi pošto je s isključenim motorom prešao 150 m. Koliko se dugo auto kretao isključenog
motora? Koliki je faktor trenja pri tom gibanju?

v = 36 [km/h] = 10 [m/s]
s = 150 [m]
t = ?, μ = ?

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{10^2}{2 \times 150}$$
$$a = 0{,}33\left[\frac{m}{s^2}\right]$$
$$m \times a = \mu \times m \times g$$
$$\mu = \frac{a}{g}$$
$$\mu = \frac{0{,}33}{9{,}81}$$
$$\mu = 0{,}034$$

$$a = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$
$$t = \frac{10}{0{,}33}$$
$$t = 30[s]$$

1.200. Na drveni kvadar mase 0,5 kg, koji miruje na horizontalnoj drvenoj podlozi, djeluje 3 sekunde

horizontalna sila 5 N. Nađi brzinu kvadra na kraju treće sekunde. Faktor trenja gibanja između

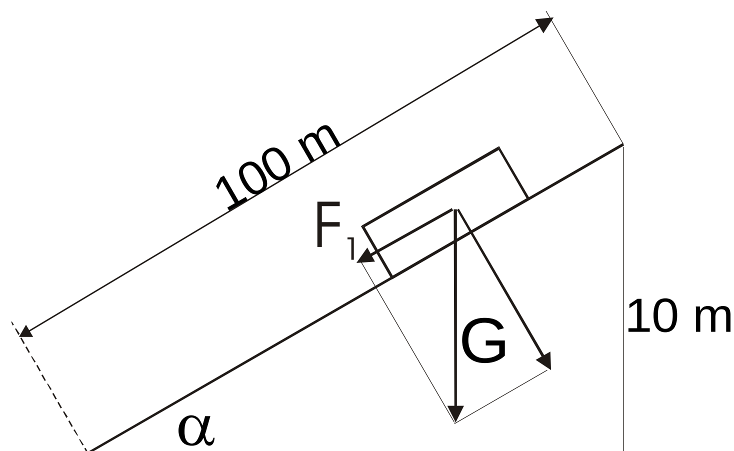
drvenog kvadra i drvene podloge iznosi 0,4.

m = 0,5 [kg]
t = 3 [s]
F = 5 [N]
μ = 0,4
v = ?

$$m \times a = F - F_{tr}$$
$$m \times a = F - \mu \times m \times g$$
$$a = \frac{F}{m} - \mu \times g$$
$$a = \frac{5}{0,5} - 0,4 \times 9,81$$
$$a = 6,08 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a \times t$$
$$v = 6,08 \times 3$$
$$v = 18,23 \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.201. Auto mase 1 t spušta se niz brijeg stalnom brzinom. Odredi silu trenja ako je nagib ceste 10%.
m = 1000 [kg]
(F_1 / G) = 10 %
F_{tr} = ?

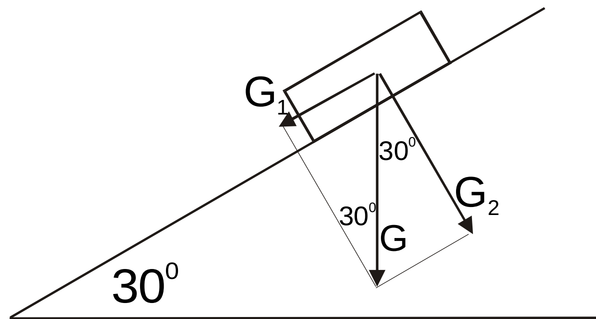


iz sličnosti trokuta:

$$F_1 : G = 10 : 100$$
$$F_1 = \frac{10}{100} \times m \times g$$
$$F_1 = 0{,}1 \times 1000 \times 9{,}81$$
$$F_1 = 981[N]$$
$$F_{tr} = F_1 = 981[N]$$

1.202. Koliki mora biti najmanji faktor trenja između ceste i automobilskog kotača da bi se automobil
mogao penjati uz cestu nagiba 30^0 akceleracijom 0,6 m/s^2.

$\alpha = 30^0$
$a = 0{,}6$ [m/s^2]
$\mu = ?$

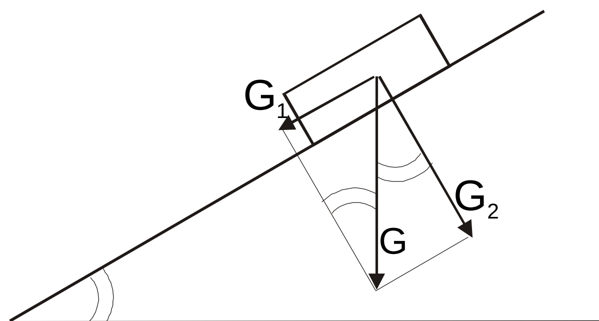


$$F_{tr} = m \times a + G_1$$
$$F_{tr} = \mu \times m \times g \times \cos\alpha$$
$$G_1 = m \times g \times \sin\alpha$$
$$\mu \times m \times g \times \cos\alpha = m \times a + m \times g \times \sin\alpha$$
$$\mu = \frac{a}{g \times \cos\alpha} + tg\alpha$$
$$\mu = \frac{0{,}6}{9{,}81 \times \cos 30^0} + tg30^0$$
$$\mu = 0{,}65$$

1.203. Tijelo klizi niz kosinu koja je prema horizontali nagnuta za 45^0. Pošto je tijelo prešlo put 36,4
cm, dobilo je brzinu 2 m/s. Koliki je faktor trenja između tijela i kosine?

$\alpha = 45^0$
$s = 36{,}4$ [cm] = 0,364 [m]
$v = 2$ [m/s]

$\mu = ?$

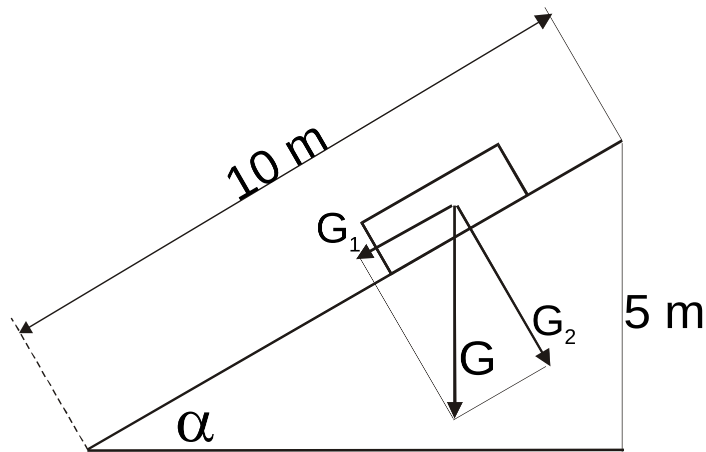


$$m \times a = G_1 - \mu \times G_2$$
$$m \times a = m \times g \times \sin\alpha - \mu \times m \times g \times \cos\alpha$$
$$\mu = tg\alpha - \frac{a}{g \times \cos\alpha}$$
$$\mu = tg45^0 - \frac{5,5}{9,81 \times \cos 45^0}$$
$$\mu = 0,27$$

$$v^2 = 2 \times a \times s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \times s}$$
$$a = \frac{2^2}{2 \times 0,364}$$
$$a = 5,5\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.204. S vrha kosine duge 10 m visoke 5 m počinje se spuštati tijelo bez početne brzine. Koliko će se dugo tijelo gibati niz kosinu ako je faktor trenja 0,2? Kolika će biti brzina tijela na dnu kosine?

s = 10 [m]
h = 5 [m]
μ = 0,2
t = ?, v = ?



$$\sin\alpha = \frac{5}{10} = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = 30^0$$

$$m \times a = G_1 - \mu \times m \times G_2$$

$$m \times a = m \times g \times \sin\alpha - \mu \times m \times g \times \cos\alpha$$

$$a = g \times (\sin\alpha - \mu \times \cos\alpha)$$

$$a = 9{,}81 \times (\sin 30^0 - 0{,}2 \times \cos 30^0)$$

$$a = 3{,}21\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 10}{3{,}21}}$$

$$t = 2{,}5[s]$$

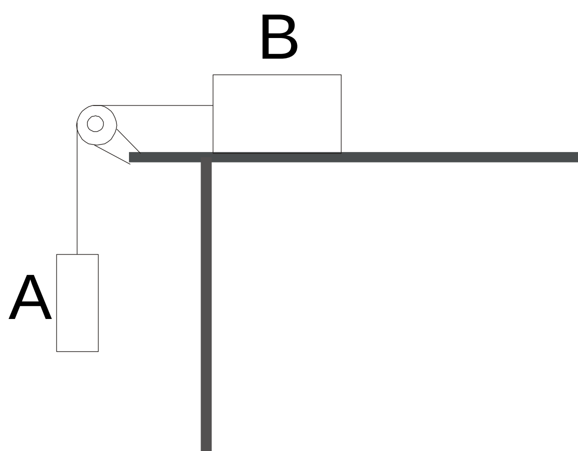
$$v = \frac{a}{t}$$

$$v = \frac{3{,}21}{2{,}5}$$

$$v = 1{,}284\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.205. Nepomična kolotura pričvršćena je na rubu stola. Preko koloture prebačena je nit na krajevima
koje se nalaze utezi A i B mase po 1 kg. Koeficijent trenja utega B prema stolu jest 0,1. Nađi:
a) akceleraciju kojom se gibaju utezi, b) napetost niti. Trenje koloture zanemarimo.

$m_A = m_B = 1$ [kg]
$\mu = 0,1$
a = ?, N = ?



$$(m_A + m_B) \times a = m_A \times g - \mu \times m_B \times g$$

$$a = \frac{g \times (m_A - \mu \times m_B)}{m_A + m_B}$$

$$a = \frac{9,81 \times (1 - 0,1 \times 1)}{1 + 1}$$

$$a = 4,4 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

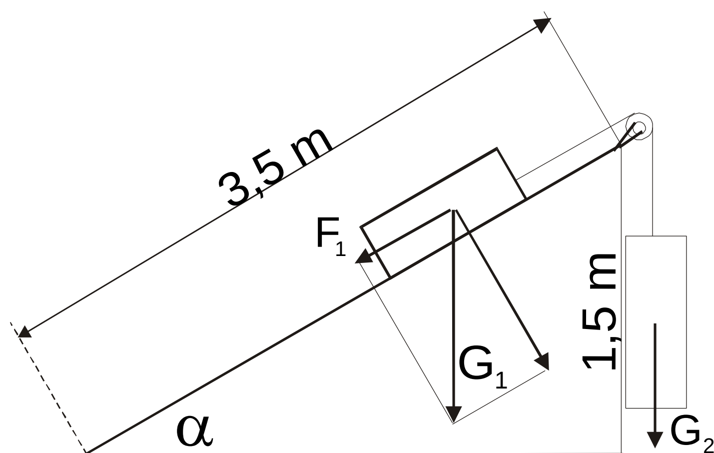
$$N = m_A \times g - m_A \times a$$

$$N = 1 \times 9,81 - 1 \times 4,4$$

$$N = 5,4 [N]$$

1.206. Na vrhu kosine duge 3,5 m i visoke 1,5 m nalazi se nepomična kolotura. Preko koloture prebačena je vrpca. Na jednom kraju vrpce slobodno visi tijelo mase 4,4 kg, a drugi je kraj vrpce privezan za tijelo mase 8,8 kg koje leži na kosini. Izračunaj put što ga tijelo koje visi prevali za 2 sekunde počevši od stanja mirovanja. Trenje zanemarimo.

s = 3,5 [m]
h = 1,5 [m]
m_1 = 8,8 [kg]
m_2 = 4,4 [kg]
t = 2 [s]
s = ?



$$(m_1 + m_2) \times a = G_2 - F_1$$

$$a = \frac{G_2 - F_1}{m_1 + m_2}$$

$$\sin\alpha = \frac{1,5}{3,5}$$

$$\sin\alpha = \frac{F_1}{G_1} \Rightarrow F_1 = \sin\alpha \times G_1$$

$$F_1 = \frac{1,5}{3,5} \times 8,8 \times 9,81$$

$$F_1 = 37[N]$$

$$a = \frac{4,4 \times 9,81 - 37}{8,8 + 4,4}$$

$$a = 0,47\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2$$

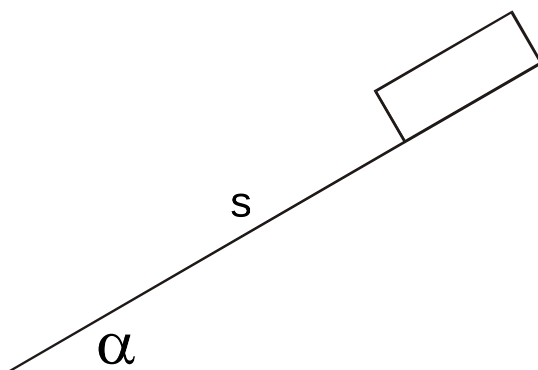
$$s = \frac{0,47}{2} \times 2^2$$

$$s = 0,94[m]$$

1.207. Kosina ima kut priklona α koji možemo mijenjati. Niz kosinu teška pločica koja uz kutove

$\alpha_1 = 45^0$ i $\alpha_2 = 60^0$ u jednakim vremenima prijeđe putove jednake horizontalne projekcije. Odredi

koliki mora biti kut priklona α_3 da pločica ne bi uopće klizila.



$$s_1 = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s_2 = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s_1 \times \cos\alpha_1 = s_2 \times \cos\alpha_2$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}$$

$$m \times a_1 = m \times g \times \sin\alpha_1 - \mu \times m \times g \times \cos\alpha_1$$

$$m \times a_2 = m \times g \times \sin\alpha_2 - \mu \times m \times g \times \cos\alpha_2$$

$$a_1 = g \times (\sin\alpha_1 - \mu\cos\alpha_1)$$

$$a_2 = g \times (\sin\alpha_2 - \mu\cos\alpha_2)$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sin\alpha_1 - \mu\cos\alpha_1}{\sin\alpha_2 - \mu\cos\alpha_2}$$

$$\frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1} = \frac{\sin\alpha_1 - \mu\cos\alpha_1}{\sin\alpha_2 - \mu\cos\alpha_2}$$

$$\cos\alpha_2 \times (\sin\alpha_2 - \mu\cos\alpha_2) = \cos\alpha_1 \times (\sin\alpha_1 - \mu\cos\alpha_1)$$

$$\mu \times (\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2) = \cos\alpha_1 \times \sin\alpha_1 - \cos\alpha_2 \times \sin\alpha_2$$

$$\mu = \frac{\cos\alpha_1 \times \sin\alpha_1 - \cos\alpha_2 \times \sin\alpha_2}{\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2}$$

$$\mu = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\mu = \frac{4 \times (2 - \sqrt{3})}{4}$$

$$\mu = 2 - \sqrt{3}$$

$$m \times g \times \sin\alpha_3 = m \times g \times \cos\alpha_3$$

$$\sin\alpha_3 = \mu \times \cos\alpha_3$$

$$tg\alpha_3 = \mu$$

$$tg\alpha_3 = 2 - \sqrt{3}$$

$$tg\alpha_3 = 0{,}27 \Rightarrow \alpha_3 = 15^0$$

9. RAD, SNAGA, ENERGIJA

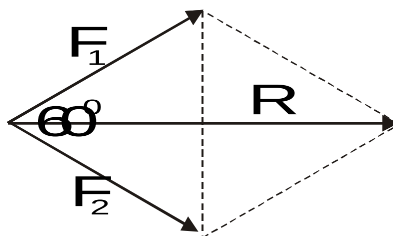
1.208. Koliki rad utroši dizalica kad podigne teret 2 t na visinu 120 cm?

m = 2 [t] = 2000 [kg]
h = 120 [cm] = 1,2 [m]
W = ?

$$W = m \times g \times h$$
$$W = 2000 \times 9,81 \times 1,2$$
$$W = 23544[J]$$

1.209. Dva traktora, svaki na jednoj obali rijeke, vuku uz tok rijeke natovareni čamac stalnom brzinom.
Koliki otpor pruža voda kretanju čamca? Koliki rad treba utrošiti pri svladavanju tog otpora na
putu 500 m ako su sile koje napinju užad međusobno jednake, iznose 4000 N i čine kut 60^0?

s = 500 [m]
$F_1 = F_2 = 4000$ [N]
$\alpha = 60^0$
R = ?, W = ?

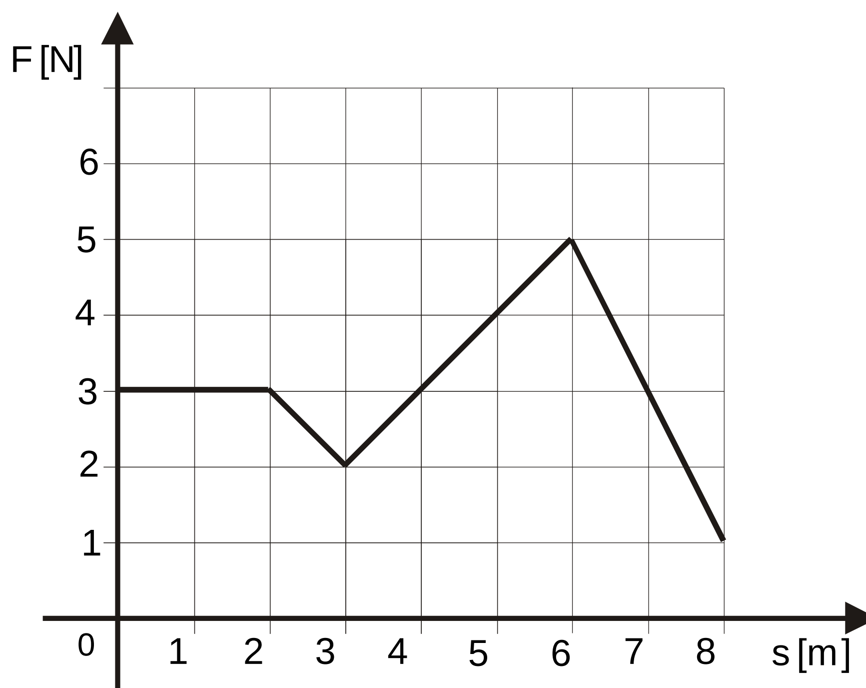


$$R = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times F$$
$$R = \sqrt{3} \times 4000$$
$$R = 6928,2[N]$$

$$W = R \times s$$
$$W = 6928,2 \times 500$$
$$W = 3464101[J]$$

1.210. Na tijelo mase 2 kg djeluje sila F zbog koje se tijelo kreće po putu s. Sila F se mijenja te je
prikazana F, s - grafikonom na slijedećoj slici. Odredi pomoću grafikona koliki je rad izvršila sila
pošto je tijelo prešlo put: a) 2 m, b) 5 m, c) 8 m.

m = 2 [kg]
s = 2 [m], s = 5 [m], s = 8 [m]
W = ?



a)

$$W = F \times s$$
$$W = 3 \times 2$$
$$W = 6[N]$$

b)

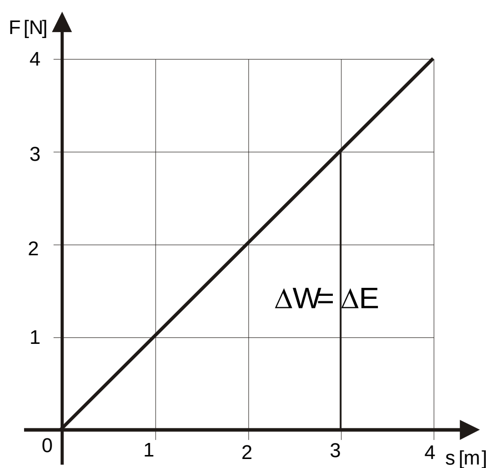
$$W = 6 + 8{,}5$$
$$W = 14{,}5[J]$$

c)

$$W = 14{,}5 + 10{,}5$$
$$W = 25[J]$$

1.211. Tijelo mase 5,0 kg giba se duž puta djelovanjem sile koja se jednoliko povećava, svaka 2 m po
2 N. Odredi pomoću grafikona koliku je energiju izgubilo tijelo pošto je prešlo put 4 m ako je sila
na početku gibanja jednaka nuli.

m = 5 [kg]
Δs = 2 [m]
ΔF = 2 [N]
s = 4 [m]
F_0 = 0 [N]
ΔE = ?



$$\Delta E = \Delta W = \frac{4 \times 4}{2} = 8[J]$$

1.212. Elastična opruga stisne se za 0,2 m pod djelovanjem sile 20 N. Kolika je konstanta *k* te opruge?
Koliki je rad utrošen pri tom sabijanju?

x = 0,2 [m]
F = 20 [N]
k = ?, W = ?

$$k = \frac{F}{x}$$

$$k = \frac{20}{0,2}$$

$$k = 100\left[\frac{N}{m}\right]$$

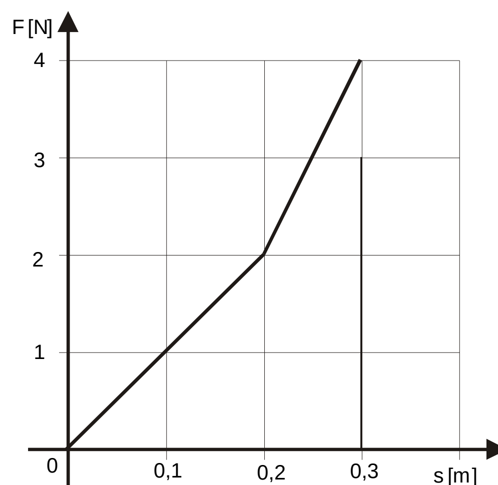
$$W = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 100 \times 0,2^2$$

$$W = 2[J]$$

1.213. Na slijedećoj slici grafički je prikazana promjena sile koja je potrebna da stisne elastično pero za
određenu udaljenost s. Koliki rad može obaviti opruga ako je stisnemo za 0,3 m?

x = 0,3 [m]
W = ?



$$k = \frac{F}{x}$$

$$k = \frac{4}{0,3}$$

$$k = 13,33\left[\frac{N}{m}\right]$$

$$W = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 13,33 \times 0,3^2$$

$$W = 0,6[J]$$

1.214. Pri brzom hodu čovjek je u jednoj minuti učinio 180 koraka. Kolika je snaga čovjeka koju je razvio
pri hodu ako za svaki korak utroši rad 30 J?

n = 180 [koraka/min]
W_1 = 30 [J]
P = ?

$$P = \frac{W}{t}$$

$$180\frac{koraka}{min} = \frac{180}{60} = 3\frac{koraka}{sek}$$

$$P = \frac{3 \times W_1}{1}$$

$$P = 90[W]$$

1.215. Dizalica je podigla tijelo mase 4,5 tone na visinu 8 m. Snaga dizalice je 8,832 kW. Za koje vrijeme
dizalica digne teret?

m = 4,5 [t] = 4500 [kg]
h = 8 [m]
P = 8,832 [kW] = 8832 [W]
t = ?

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow t = \frac{W}{P}$$

$$W = m \times g \times h$$

$$W = 4500 \times 9{,}81 \times 8$$

$$W = 353160[J]$$

$$t = \frac{353160}{8832}$$

$$t = 39{,}99[s]$$

1.216. Pri normalnoj brzini 5 km/h čovjek mase 75 kg razvija snagu otprilike 60 W. Povećanjem brzine
ta snaga naglo raste i pri brzini 7,2 km/h naraste do 200 W. Odredi za oba slučaja silu kojom se
čovjek pokreće.

m = 75 [kg]
v_1 = 5 [km/h] = 1,39 [m/s]
P_1 = 60 [W]
v_2 = 7,2 [km/h] = 2 [m/s]
P_2 = 200 [W]
F_1 = ?, F_2 = ?

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times s}{t} = F \times v$$

$$F_1 = \frac{P_1}{v_1}$$

$$F_1 = \frac{60}{1{,}39}$$

$$F_1 = 43{,}17[N]$$

$$F_2 = \frac{P_2}{v_2}$$

$$F_2 = \frac{200}{2}$$

$$F_2 = 100[N]$$

1.217. Koliku težinu može vući auto motora 22,05 kW po horizontalnom putu pri brzini 54 km/h ako je
koeficijent trenja 0,15?

P = 22,05 kW=22050 [W]
v = 54 [km/h] = 15 [m/s]
μ = 0,15
G = ?

$$P = F_{tr} \times v$$
$$P = \mu \times G \times v \Rightarrow G = \frac{P}{\mu \times v}$$
$$G = \frac{22050}{0,15 \times 15}$$
$$G = 9800[N]$$

1.218. Vlak mase 10^6 kg uspinje se stalnom brzinom 30 km/h po strmini koja se na svaki kilometar diže
za 10 m. Odredi snagu lokomotive ako je koeficijent trenja 0,002.

m = 10^6 [kg]
v = 30 [km/h] = 8,33 [m/s]
s =1000 [m]
h = 10 [m]
μ = 0,002
P = ?

$$P = \frac{W_{tr} + W_g}{t}$$

$$W_{tr} = F_{tr} \times s = \mu \times m \times g \times \sin\alpha \times s$$

$$\sin\alpha = \frac{10}{1000} = 0{,}01$$

$$s = \sqrt{1000^2 + 10^2} = 1000{,}05[m]$$

$$W_{tr} = 0{,}002 \times 10^6 \times 10 \times 0{,}01 \times 1000 = 200000[J]$$

$$W_g = m \times g \times h = 10^6 \times 10 \times 10 = 100000000 = 10^8[J]$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1000}{8{,}33} = 120[s]$$

$$P = \frac{200000 + 100000000}{120}$$

$$P = 835000[W]$$

1.219. Sila 2 N djelovala je na tijelo 4 sekunde i dala mu energiju 6,4 J. Kolika je masa tijela?

F = 2 [N]
t = 4 [s]
ΔE =ΔW = 6,4 [J]
m = ?

$$W = F \times s \Rightarrow s = \frac{W}{F} = \frac{6{,}4}{2} = 3{,}2[m]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \times s}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \times 3{,}2}{4^2} = 0{,}4\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$m = \frac{F}{a} = \frac{2}{0{,}4} = 5[kg]$$

1.220. Stalnom silom F podižemo uteg mase 4 kg do visine 1 m. Pritom utrošimo rad 80 J. Kolikim
smo ubrzanjem podizali uteg?

m = 4 [kg]
h = 1 [m]
W = 80 [J]

a = ?

$$W = F \times s \Rightarrow F = \frac{W}{s}$$
$$F = \frac{80}{1} = 80[N]$$
$$F = m \times a - m \times g$$
$$m \times a = F + m \times g$$
$$a = \frac{F}{m} + g$$
$$a = \frac{80}{4} + 9,81$$
$$a = 29,81\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.221. Uteg mase 10 kg podignemo nepomičnom koloturom na visinu 1,5 m. Odredi korisni i utrošeni rad
ako je korisnost stroja 90%.

m = 10 [kg]
h = 1,5 [m]
η = 0,9
W_D = ?
W_U = ?

$$\eta = \frac{W_D}{W_U}$$
$$W_D = m \times g \times h$$
$$W_D = 10 \times 9,81 \times 1,5$$
$$W_D = 147,15[J]$$
$$W_U = \frac{W_D}{\eta} = \frac{147,15}{0,9}$$
$$W_U = 163,5[J]$$

1.222. Kolika je korisnost hidroelektrane ako za 1 sekundu proteče 6 m^3 vode i ako je pad vode 20 m, a

snaga elektrane 882 kW?

$q = 6\ [m^3/s]$
$h = 20\ [m]$
$P_D = 882\ [kW] = 882000\ [W]$
$\eta = ?$

$$W_U = m \times g \times h$$
$$q = \frac{V}{t} \Rightarrow V = q \times t$$
$$m = \rho \times V$$
$$W_U = \rho \times q \times t \times g \times h$$
$$W_U = 1000 \times 6 \times 1 \times 9{,}81 \times 20$$
$$W_U = 1177200[J]$$
$$P_U = \frac{W_U}{t} = \frac{1177200}{1} = 1177200[W]$$
$$\eta = \frac{P_D}{P_U} = \frac{882000}{1177200} = 0{,}75 = 75\%$$

1.223. Dizalicu pokreće motor snage 7,36 kW. Koliku masu ima tijelo koje podiže ta dizalica brzinom
6 m/min ako je korisnost dizalice 80%?

$P_U = 7{,}36$ kW
$v = 6\ [m/min] = 0{,}1\ [m/s]$
$\eta = 80\% = 0{,}8$
$m = ?$

$$\eta = \frac{P_D}{P_U} \Rightarrow P_D = \eta \times P_U$$
$$P_D = 0{,}8 \times 7360$$
$$P_D = 5888[W]$$
$$P_D = F \times v = m \times g \times v$$
$$m = \frac{P_D}{g \times v}$$
$$m = \frac{5888}{9{,}81 \times 0{,}1}$$
$$m = 6002[kg] \approx 6[t]$$

1.224. Na kolica mase 1 kg, koja leže na horizontalnoj podlozi i miruju, počinjemo djelovati stalnom
silom 5 N u smjeru puta. Pod utjecajem sile kolica su prešla put 4 m bez trenja. a) Koliki rad je
utrošila sila? b) Kolika je energija prenesena na kolica? c) Kolika je brzina kolica na kraju puta?

m = 1 [kg]
F = 5 [N]
s = 4 [m]
W = ?, ΔE = ?, v = ?

a)

$$W = F \times s$$
$$W = 5 \times 4$$
$$W = 20[J]$$
$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{1} = 5\left[\frac{m}{s^2}\right]$$
$$v = \sqrt{2 \times a \times s}$$
$$v = \sqrt{2 \times 5 \times 4}$$
$$v = 6{,}32\left[\frac{m}{s}\right]$$

b)

$$\Delta E = \Delta W$$
$$\Delta E = 20[J]$$

c)

1.225. Sila 20 N ubrzava predmet mase 1,0 kg duž puta 4,0 m po horizontalnoj površini bez trenja.
Predmet je prije toga mirovao. Nakon prevaljena puta 4,0 m sila se promijeni, smanji se na 10 N i
djeluje duž iduća 4 m. a) Kolika je konačna kinetička energija tijela? b) Kolika mu je konačna
brzina?

m = 1 [kg]

$F_1 = 20$ [N]
$s_1 = 4$ [m]
$F_2 = 10$ [N]
$s_2 = 4$ [N]
$E_K = ?$, $v = ?$

a) b)

$$E_K = W_1 + W_2$$
$$E_K = F_1 \times s_1 + F_2 \times s_2$$
$$E_K = 20 \times 4 + 10 \times 4$$
$$E_K = 120[J]$$
$$E_K = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times E_k}{m}}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \times 120}{1}}$$
$$v = 15{,}49\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.226. Koliki rad može obaviti tijelo mase 100 g pri brzini 15 cm/s na temelju svoje kinetičke energije?

m = 100 [g] = 0,1 [kg]
v = 15 [cm/s] = 0,15 [m/s]
$E_K = ?$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{0{,}1 \times 0{,}15^2}{2}$$
$$E_K = 0{,}00113[J]$$

1.227. Tramvaj mase 18 tona postigne 2 sekunde nakon početka gibanja brzinu 10,8 km/h. Odredi
srednju vrijednost snage koju je morao razviti motor tramvaja za vrijeme gibanja?

m = 18 [t] = 18000 [kg]
t = 2 [s]
v = 10,8 [km/h] = 3 [m/s]
P = ?

$$a = \frac{v}{t}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = 1{,}5\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$s = \frac{a}{2} \times t^2$$

$$s = \frac{1{,}5}{2} \times 2^2$$

$$s = 3[m]$$

$$W = F \times s$$

$$W = m \times a \times s$$

$$W = 18000 \times 1{,}5 \times 3$$

$$W = 81000[J]$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{81000}{2}$$

$$P = 40500[W]$$

1.228. Iz cijevi mitraljeza izleti u 1 minuti 700 tanadi. Odredi snagu mitraljeza ako je masa jednog taneta
15 g, a njegova brzina u času kad napušta cijev 760 m/s.

n = 700 [tanadi/min] = 11,67 [tanadi/sek]
m = 15 [g] = 0,015 [kg]
v = 760 [m/s]
P = ?

$$\Delta W = \Delta E_K$$

$$\Delta E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$\Delta E_K = \frac{0{,}015 \times 760^2}{2}$$

$$\Delta E_K = 4332[J]$$

$$P = n \times \frac{W}{t}$$

$$P = 11{,}67 \times \frac{4332}{1}$$

$$P = 50554[W] = 50{,}5[kW]$$

1.229. Da se u zidu probuši rupa potreban je rad 10000 J. Možemo li rupu izbušiti tanetom mase 0,2 kg
koje udari o zid brzinom 250 m/s?

W = 10000 [J]
m = 0,2 [kg]
v = 250 [m/s]

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0{,}2 \times 250^2}{2}$$

$$E_K = 6250[J]$$

$E_K < W \rightarrow$ tane ne može probušiti zid

1.230. Kamion mase 3 t vozi brzinom 45 km/h. Kolika mora biti sila kočenja da se kamion zaustavi na

50 m udaljenosti?

m = 3 [t] = 3000 [kg]
v = 45 [km/h] = 12,5 [m/s]
s = 50 [m]
F = ?

$$\Delta W = \Delta E_K$$
$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{3000 \times 12{,}5^2}{2}$$
$$E_K = 234375[J]$$

$$F = \frac{W}{s}$$
$$F = \frac{234375}{50}$$
$$F = 4687{,}5[N]$$

1.231. Na 150 m visoku brežuljku postavljen je top iz kojega izleti u horizontalnom smjeru kugla mase
2 kg i padne na zemlju na udaljenosti 3000 m. Kolika je bila kinetička energija kugle u času kad je
izletjela iz topa?

y = 150 [m]
x = 3000 [m]
m = 2 [kg]
E_K = ?

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{2 \times 542{,}5^2}{2}$$
$$E_K = 294301[J]$$

$$y = \frac{g}{2} \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times y}{g}}$$
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 150}{9{,}81}} = 5{,}53[s]$$
$$x = v \times t \Rightarrow v = \frac{x}{t}$$
$$v = \frac{3000}{5{,}53} = 542{,}5\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.232. Na tijelo mase 4 kg djeluje 1 minutu stalna sila koja mu dade brzinu 3 m/s. Odredi veličinu te sile i
kinetičku energiju tijela.

m = 4 [kg]
t = 1 [min] = 60 [s]
v = 3 [m/s]
F = ?, E_K = ?

$$a = \frac{v}{t}$$
$$a = \frac{3}{60}$$
$$a = 0{,}05\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$
$$F = 4 \times 0{,}05$$
$$F = 0{,}2[N]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{4 \times 3^2}{2}$$
$$E_K = 18[J]$$

1.233. Na horizontalnoj podlozi gurnemo tijelo brzinom 3 m/s. Faktor trenja između tijela i podloge
iznosi 0,4. Odredi put što ga tijelo prevali prije nego što se zaustavi.

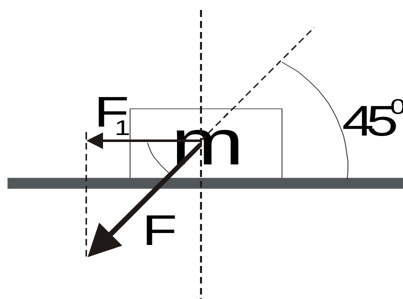
v = 3 [m/s]
μ = 0,4
s = ?

$$s = \frac{W_{tr}}{F_{tr}}$$
$$s = \frac{\frac{m \times v^2}{2}}{\mu \times m \times g}$$
$$s = \frac{v^2}{2 \times \mu \times g}$$
$$s = \frac{3^2}{2 \times 0{,}4 \times 9{,}81}$$
$$s = 1{,}146[m]$$

$$F_{tr} = \mu \times m \times g$$
$$\Delta W_{tr} = \Delta E_K$$
$$\Delta E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

1.234. Na horizontalnoj površini leži tijelo mase 3 kg. Na njega djeluje sila 6 N koja prema horizontalnoj
površini zatvara kut 45^0. a) Koliki je rad utrošila sila pošto je tijelo prešlo put 4 m bez trenja?
b) Koliku brzinu ima tijelo na kraju puta?

m = 3 [kg]
F = 6 [N]
$\alpha = 45^0$
s = 4 [m]
W = ?, v = ?



$$F^2 = 2 \times F_1^2$$

$$F_1 = \frac{F \times \sqrt{2}}{2}$$

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 6$$

$$F_1 = 4{,}24[N]$$

$$W = E_K$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times E_K}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 16{,}97}{3}}$$

$$v = 3{,}36\left[\frac{m}{s}\right]$$

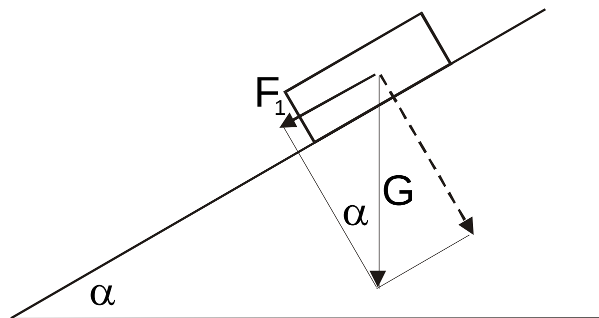
$$W = F_1 \times s$$

$$W = 4{,}24 \times 4$$

$$W = 16{,}97[J]$$

1.235. Automobil mase 1 t može se kočnicama zadržati sve do uspona od 24%. Na kojoj će se udaljenosti zaustaviti pomoću kočnica vozeći po horizontalnom putu brzinom 64,8 km/h?

m = 1 [t] = 1000 [kg]
n = 24 %
v = 64,8 [km/h] = 18 [m/s]
s = ?



$n = 24\% \Rightarrow s = 100[m], h = 24[m]$

$\sin\alpha = \frac{24}{100} = 0{,}24 \Rightarrow \alpha = 13{,}89^0$

$F_1 = m \times g \times \sin\alpha$

$F_1 = 1000 \times 9{,}81 \times 0{,}24$

$F_1 = 2354{,}4[N]$

$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$

$E_K = \frac{1000 \times 18^2}{2}$

$E_K = 162000[J]$

$W = F_1 \times s \Rightarrow s = \frac{W}{F_1}$

$s = \frac{162000}{2354{,}4}$

$s = 68{,}8[m]$

1.236. Pri β- raspadu jednog atoma radioaktivnog elementa RaB (relativne atomske mase A_r = 214) iz atoma izleti elektron energije E_e =5 × 10^{-15} J. Atom RaB pretvori se u novi element RaC iste atomske mase. Odredi kinetičku energiju atoma RaC.

A_r(RaB) =214
E_e = 5 ×10^{-15} [J]
E_K = ?

$$E_e = \frac{v_e^2}{2} \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \times E_e}$$

$$v_e = \sqrt{2 \times 5 \times 10^{-15}}$$

$$v_e = 0{,}0000001 = 10^{-7} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$m \times v = -m_e \times v_e$$

$$v = -\frac{m_e \times v_e}{m}$$

$$v = -\frac{9{,}1 \times 10^{-31} \times 10^{-7}}{1{,}67 \times 10^{-27} \times 5 \times 10^{-15}}$$

$$v = -10898{,}2 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{1{,}67 \times 10^{-27} \times 5 \times 10^{-15} \times (-10898{,}2)^2}{2}$$

$$E_K = 1.6 \times 10^{-17} [J]$$

1.237. Čekićem mase 4 kg zabijamo čavao u drvenu podlogu. U času kad čekić udari o čavao, čekić ima
brzinu 500 cm/s, a čavao pritom zađe u drvo 30 mm duboko. Kolikom srednjom silom udari čekić
o čavao i koliko dugo traje djelovanje te sile?

m = 4 [kg]
v = 500 [cm/s] = 5 [m/s]
s = 30 [mm] = 0,03 [m]
F = ?, Δt = ?

$$\Delta E_K = \Delta W$$

$$\frac{m \times v^2}{2} = F \times s$$

$$F = \frac{m \times v^2}{2 \times s}$$

$$F = \frac{4 \times 5^2}{2 \times 0,03}$$

$$F = 1666,67[N]$$

$$F \times \Delta t = m \times v$$

$$\Delta t = \frac{m \times v}{F}$$

$$\Delta t = \frac{4 \times 5}{1666,67}$$

$$\Delta t = 0,012[s]$$

1.238. Kamen mase 2 kg bacimo horizontalno početnom brzinom 10 m/s. Koliku će kinetičku energiju
imati kamen nakon 5 sekundi (g = 10 m/s^2).

m = 2 [kg]
v_0 = 10 [m/s]
t = 5 [s]
E_K = ?

$$x \rightarrow v_0$$

$$y \rightarrow g \times t$$

$$v_R = \sqrt{v_0^2 + (g \times t)^2}$$

$$v_R = \sqrt{10^2 + (9,81 \times 5)^2}$$

$$v_R = 50,1\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_K = \frac{m \times v_R^2}{2}$$

$$E_K = \frac{2 \times 50,1^2}{2}$$

$$E_K = 2505,9[J]$$

1.239. Saonice kližu po horizontalnom ledu brzinom 6 m/s i odjednom dojure na asfalt. Duljina salinaca
je l = 2 m, a faktor trenja salinaca na asfaltu 1. Koliki ukupni put prevale saonice dok se
zaustavljaju?

v = 6 [m/s]
l = 2 [m]
μ = 1
s = ?

$$E_K = W_{tr}$$

$$\frac{m \times v^2}{2} = \frac{1}{2} \times \mu \times m \times g \times l + \mu \times m \times g \times x$$

$$x = \frac{v^2}{2 \times \mu \times g} - \frac{\mu \times l}{2}$$

$$x = \frac{6^2}{2 \times 1 \times 9{,}81} - \frac{1 \times 2}{2}$$

$$x = 0{,}835[m]$$

$$s = x + l$$

$$s = 0{,}835 + 2$$

$$s = 2{,}835[m]$$

1.240. Vagončić s pijeskom mase m_V kotrlja se po horizontalnim tračnicama bez trenja brzinom v_0. Tane mase m, ispaljeno horizontalno brzinom v_1 u istom smjeru što ga ima i v_0, pogodi vagon i ostane u njemu. Treba odrediti brzinu v vagončića pošto ga je pogodilo tane i energiju koja je pritom prešla u toplinu.

$$m_V \times v_0 + m \times v_1 = (m_V + m) \times v$$

$$v = \frac{m_V \times v_0 + m \times v_1}{m_V + m}$$

$$E = \frac{m_V \times v_0^2}{2} + \frac{m \times v_1^2}{2} - \frac{m_v + m}{2} \times v^2$$

1.241. Mehanički malj mase 500 kg udari o stup koji se pritom zabije u zemlju do dubine 1 cm. Odredi silu kojom se zemlja tomu opire ako pretpostavimo da je sila za vrijeme udarca stalna i ako je brzina malja prije udarca bila 10 m/s. Masu stupa zanemarimo.

m = 500 [kg]
s = 1 [cm] = 0,01 [m]
v = 10 [m/s]
F = ?

$$\Delta E_K = \Delta W$$

$$\frac{m \times v^2}{2} = F \times s$$

$$F = \frac{m \times v^2}{2 \times s}$$

$$F = \frac{500 \times 10^2}{2 \times 0{,}01}$$

$$F = 2500000 [N]$$

1.242. Tramvaj mase 10 tona razvije 5 sekundi pošto se počeo kretati brzinu 7,2 km/h. Kolika je snaga
motora?

m = 10 [t] = 10000 [kg]
t = 5 [s]
v = 7,2 [km/h] = 2 [m/s]
P = ?

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{10000 \times 2^2}{2}$$

$$E_K = 20000 [J]$$

$$\Delta E_K = \Delta W$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{20000}{5}$$

$$P = 4000 [W] = 4 [kW]$$

1.243. Tijelo mase 40 g bačeno je vertikalno uvis brzinom 60 m/s. Kolika mu je kinetička energija: a) na
početku gibanja, b) nakon 6 sekundi gibanja?

m = 40 [g] = 0,04 [kg]
v = 60 [m/s]
t = 6 [s]
E_K = ?

a)

b)

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0{,}04 \times 60^2}{2}$$

$$E_K = 72[J]$$

$$v = v_0 - g \times t$$

$$v = 60 - 9{,}81 \times 6$$

$$v = 1{,}14\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{0{,}04 \times 1{,}14^2}{2}$$

$$E_K = 0{,}026[J]$$

1.244. Tijelo mase 19,6 kg palo je s neke visine. Padanje je trajalo 0,5 sekundi. Koliku je kinetičku
energiju imalo tijelo kad je stiglo do najniže točke?

m = 19,6 [kg]
t = 0,5 [s]
E_K = ?

$$v = g \times t$$

$$v = 9{,}81 \times 0{,}5$$

$$v = 4{,}905\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E_K = \frac{19{,}6 \times 4{,}905^2}{2}$$

$$E_K = 235{,}78[J]$$

1.245. Jezgra kadmija apsorbira neutro energije $E_n = 10^{-15}$ J. Odredi brzinu v novonastale jezgre.
Relativna atomska masa kadmija jest A_r =112,4.

m_n = ???
$E_n = 10^{-15}$ [J]
A_r = 112,4
v = ?

$$v_n = \sqrt{\frac{2 \times E_n}{m_n}}$$

$$v = \frac{m_n \times v_n}{m_j + m_n}$$

1.246. Tane mase m doleti horizontalno do drvene kugle koja je na podu. Tane proleti središtem kugle.
Treba odrediti koliko je energije prešlo u toplinu ako je v_1 brzina taneta prije nego što je pogodilo
kuglu, v_2 brzina taneta nakon prolaza kroz kuglu, a m_k masa kugle. Trenje između poda i kugle

zanemarimo.

$$Q = E_{K1} - E_{K2}$$
$$Q = \frac{m}{2}\left[v_1^2 - v_2^2 - \frac{m}{m_k}(v_1 - v_2)^2\right]$$

1.247. Snop atoma energije 9,8 $\times 10^{-17}$ J izlijeće iz izvora u horizontalnom smjeru. Za koliko će se atomi
pod djelovanjem sile teže otkloniti od horizontale na udaljenosti 5 m od izvora? Neka su to atomi
srebra atomske mase 108.

E = 9,8 $\times 10^{-17}$ [J]
s = 5 [m]
h = ?

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times E_K}{m}}$$
$$m = m_P \times 108 = 1{,}6726 \times 10^{-27} \times 108$$
$$m = 1{,}81 \times 10^{-25}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}8 \times 10^{-17}}{1{,}81 \times 10^{-25}}} = 3{,}3 \times 10^4 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{5}{3{,}3 \times 10^4} = 1{,}52 \times 10^{-4}[s]$$
$$h = \frac{g}{2} \times t^2$$
$$h = \frac{9{,}81}{2} \times (1{,}52 \times 10^{-4})^2$$
$$h = 1{,}13 \times 10^{-7}[m]$$

1.248. Uteg mase 5 kg pao je s visine 2 m. Za koliko se smanjila gravitacijska potencijalna energija
utega pri tom padu?

m = 5 [kg]
h = 2 [m]
ΔE_P = ?

$$\Delta E_P = m \times g \times h$$
$$\Delta E_P = 5 \times 9{,}81 \times 2$$
$$\Delta E_P = 98{,}1[J]$$

1.249. Tijelo mase 10 kg podignemo 20 m visoko. Koliki rad moramo pri tom utrošiti? Za koliko se
povećala gravitacijska potencijalna energija tijela?

m = 10 [kg]

h = 20 [m]
$\Delta W = \Delta E_P = ?$

$$\Delta W = \Delta E_P = m \times g \times h$$
$$\Delta W = \Delta E_P = 10 \times 9{,}81 \times 20$$
$$\Delta W = \Delta E_P = 1962 [J]$$

1.250. Tane mase m pogodi komad drva mase m_d koji visi na niti duljine l. Kad pogodi drvo, tane ostaje u
njemu. Za koliko se podigne komad drva ako je brzina taneta bila v_0?

$$m \times v_0 = (m_d + m) \times v \Rightarrow v = \frac{m \times v_0}{m_d + m}$$
$$E_K = E_P$$
$$\frac{(m_d + m) \times v^2}{2} = (m_d + m) \times g \times h \Rightarrow h = \frac{m_d + m}{2 \times (m_d + m) \times g} \times v^2$$
$$h = \frac{m_d + m}{2 \times g \times (m_d + m)} \times \frac{m^2 \times v_0^2}{(m_d + m)^2}$$
$$h = \frac{m^2 v_0^2}{2 \times g \times (m_d + m)}$$

1.251. Koliki će put prevaliti saonice po horizontalnoj površini ako su se spustile s brda visine 15 m i
nagiba 30^0? Faktor trenja je 0,2.

h = 15 [m]
$\alpha = 30^0$
$\mu = 0{,}2$
s = ?

$$E_P = W_{tr1} + W_{tr2}$$
$$m \times g \times h = (\mu \times m \times g \times \sin\alpha + \mu \times m \times g) \times s$$
$$s = \frac{h}{\mu \times (\sin\alpha + 1)}$$
$$s = \frac{15}{0{,}2 \times (\sin 30^0 + 1)}$$
$$s = 50[m]$$

1.252. Kamen mase 100 g bačen je koso gore iz neke točke koja se nalazi 15 m iznad Zemljine površine
brzinom 10 m/s. a) Kolika mu je ukupna mehanička energija u tom času? b) Kolika će mu biti
ukupna mehanička energija kad bude 10 m iznad Zemljine površine? c) Kolika će mu biti brzina u
tom času? Otpor zraka zanemarimo.

m = 100 [g] = 0,1 [kg]
h = 15 [m]
v_0 = 10 [m/s]
h_1 = 10 [m]
E = ?, E_1 = ?, v = ?

a)

$$E = E_P + E_K$$
$$E = m \times g \times h + \frac{m \times v_0^2}{2}$$
$$E = 0{,}1 \times 9{,}81 \times 15 + \frac{0{,}1 \times 10^2}{2}$$
$$E = 19{,}715[J]$$

b)

$$E_1 = E$$
$$E_1 = 19{,}715[J]$$

c)

$$E_{K1} = E - E_{P1}$$
$$E_{K1} = 19{,}715 - 0{,}1 \times 9{,}81 \times 10$$
$$E_{K1} = 19{,}715 - 9{,}81$$
$$E_{K1} = 9{,}905[J]$$
$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times E_{K1}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.905}{0{,}1}}$$
$$v_1 = 14{,}07\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.253. Tijelo mase 30 g bacimo s mosta visokog 25 m vertikalno dolje brzinom 8 m/s. Tijelo stigne na
površinu vode brzinom 18 m/s. Odredi rad koji je tijelo utrošilo svladavajući otpor zraka
($g = 10$ m/s^2).

$m = 30$ [g] = 0,03 [kg]
$h = 25$ [m]
$v_0 = 8$ [m/s]
$v_1 = 18$ [m/s]
$W_{tr} = ?$

$$E = E_P + E_K$$
$$E = m \times g \times h + \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E = 0{,}03 \times 10 \times 25 + \frac{0{,}03 \times 8^2}{2}$$
$$E = 8{,}46[J]$$

$$E_1 = \frac{m \times v_1^2}{2} = \frac{0{,}03 \times 18^2}{2} = 4{,}86[J]$$
$$W_{tr} = E - E_1$$
$$W_{tr} = 3{,}6[J]$$

1.254. S vrha strme ceste dugačke 100 m, visinske razlike 20 m, spuštaju se saonice mase 5 kg. Odredi
trenje koje se javlja pri spuštanju niz brijeg ako su saonice pri dnu brijega imale brzinu 16 m/s.
Početna brzina je nula.

$s = 100$ [m]
$h = 20$ [m]
$m = 5$ [kg]
$v_0 = 0$ [m/s]
$v_1 = 16$ [m/s]
$F_{tr} = ?$

$$E_1 = E_2 + W_{tr}$$
$$W_{tr} = m \times g \times h - \frac{m \times v_1^2}{2}$$
$$W_{tr} = 5 \times 9{,}81 \times 20 - \frac{5 \times 16^2}{2}$$
$$W_{tr} = 341[J]$$

$$W_{tr} = F_{tr} \times s \Rightarrow F_{tr} = \frac{W_{tr}}{s}$$
$$F_{tr} = \frac{341}{100}$$
$$F_{tr} = 3{,}41[N]$$

1.255. Tijelo mase 8 kg slobodno pada s visine 2 m. Kolika je njegova kinetička energija u času kad

stigne na zemlju? Pokaži da je ta energija jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji koju je tijelo
imalo prije pada ako se zanemari otpor zraka.

m = 8 [kg]
h = 2 [m]
E_K = ?

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$
$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 2}$$
$$v = 6{,}26\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{8 \times 6{,}26^2}{2}$$
$$E_K = 156{,}96[J]$$

$$E_P = m \times g \times h$$
$$E_P = 8 \times 9{,}81 \times 2$$
$$E_P = 156{,}96[J]$$
$$E_K = E_P$$

1.256. Tijelo mase 20 kg padne s visine 15 m te pri kraju pada ima brzinu 16 m/s. Koliki rad je
utrošilo tijelo gibajući se zrakom?
m = 20 [kg]
h = 15 [m]
v = 16 [m/s]
W_{tr} = ?

$$E_P = E_K + W_{tr}$$
$$W_{tr} = E_P - E_K$$
$$W_{tr} = m \times g \times h - \frac{m \times v^2}{2}$$
$$W_{tr} = 20 \times 9{,}81 \times 15 - \frac{20 \times 16^2}{2}$$
$$W_{tr} = 383[J]$$
$$E_P = m \times g \times h$$
$$E_P = 20 \times 9{,}81 \times 15$$
$$E_P = 2943[J]$$

1.257. Bomba od 300 kg pada s visine 900 m. Kolike su njezina gravitacijska potencijalna energija i
kinetička energija u času: a) kad se nalazi 150 m iznad zemlje, b) kad padne na zemlju?
m = 300 [kg]
h = 900 [m]
h_1 = 150 [m]
E_P = ?, E_K = ?

a)

b)

$$E = m \times g \times h$$
$$E = 300 \times 9{,}81 \times 900$$
$$E = 2648700[J]$$
$$E_P = m \times g \times h_1$$
$$E_P = 300 \times 9{,}81 \times 150$$
$$E_P = 441450[J]$$
$$E_K = E - E_P$$
$$E_K = 2648700 - 441450$$
$$E_K = 2207250[J]$$

$$E_P = 0$$
$$E_K = E = 2648700[J]$$

1.258. Na niti duljine 1 m obješena je kuglica. Koliku horizontalnu brzinu moramo dati kuglici da se ona
otkloni do iste visine na kojoj se nalazi objesište niti?

l = 1 [m]
v = ?

$$E_P = E_K$$
$$m \times g \times h = \frac{m \times v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2 \times g \times h}$$
$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1} = 4{,}43\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.259. Tijelo bačeno vertikalno u vis padne na zemlju 6 sekundi nakon početka gibanja. Odredi:
a) kinetičku energiju tijela u času kad padne na zemlju, b) gravitacijsku potencijalnu energiju u
najvišoj točki. Masa tijela je 50 g.

t = 6 [s]
m = 50 [g] = 0,05 [kg]
E_K = ?, E_P = ?

a) b)

$$v = g \times \frac{t}{2}$$
$$v = 9{,}81 \times 3$$
$$v = 29{,}43 \left[\frac{m}{s}\right]$$
$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{0{,}05 \times 29{,}43^2}{2}$$
$$E_K = 21{,}65 [J]$$

$$E_P = E_K$$
$$E_P = 21{,}65 [J]$$

1.260. Jednostavno njihalo dugo 4 m ima na svojem kraju obješenu kuglu mase 5 kg. a) Koliki rad
moramo utrošiti da bismo njihalo pomaknuli iz njegova vertikalnog položaja u horizontalni?
b) Kolike će biti brzina i kinetička energija kugle njihala u času kad prolazi najnižom točkom ako
smo njihalo ispustili iz horizontalnog položaja?

l = 4 [m]
m = 5 [kg]
W = ?, v = ?, E_K = ?

a)

$$W = \Delta E_P$$
$$W = m \times g \times h$$
$$W = 5 \times 9{,}81 \times 4$$
$$W = 196{,}2 [J]$$

b)

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$
$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 4}$$
$$v = 8{,}86 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$E_K = \frac{m \times v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{5 \times 8{,}86^2}{2}$$
$$E_K = 196{,}2 [J]$$

1.261. Tijelo je palo s visine 240 m i zarilo se u pijesak 0,2 m duboko. Odredi srednju silu otpora

pijeska ako je tijelo mase 1 kg, počelo padati brzinom 14 m/s. Riješi zadatak na dva načina: a)
pomoću zakona gibanja, b) pomoću zakona održanja energije. Koji je način brži? Otpor zraka
zanemarimo.

$h = 240$ [m]
$h_1 = 0,2$ [m]
$m = 1$ [kg]
$v_0 = 14$ [m/s]
$F = ?$

a)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \times g \times h$$
$$2 \times a \times h_1 = v_0^2 + 2 \times g \times h$$
$$a = \frac{v_0^2 + 2 \times g \times h}{2 \times h_1}$$
$$a = \frac{14^2 + 2 \times 9,81 \times 240}{2 \times 0,2}$$
$$a = 12262 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$
$$F = m \times a = 1 \times 12262$$
$$F = 12262 [N]$$

b)

$$E = \frac{m \times v_0^2}{2} + m \times g \times h$$
$$E = \frac{1 \times 14^2}{2} + 1 \times 9,81 \times 240$$
$$E = 2452,4 [J]$$
$$E = \Delta W = F \times h_1$$
$$F = \frac{2452,4}{0,2}$$
$$F = 12262 [N]$$

1.262. U drvenu metu mase 4 kg, koja visi na užetu, ispalimo tane mase 8 g. Tane ostane u meti koja se
pomakne u položaj koji je 6 cm viši od početnoga. Nađi početnu brzinu taneta.

$m_1 = 4$ [kg]
$m_2 = 8$ [g] = 0,008 [kg]
$h = 6$ [cm] = 0,06 [m]
$v_2 = ?$

$$(m_1 + m_2) \times g \times h = \frac{(m_1 + m_2) \times v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2 \times g \times h}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}06}$$

$$v = 1{,}085 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$m_1 \times v_1 + m_2 \times v_2 = (m_1 + m_2) \times v$$

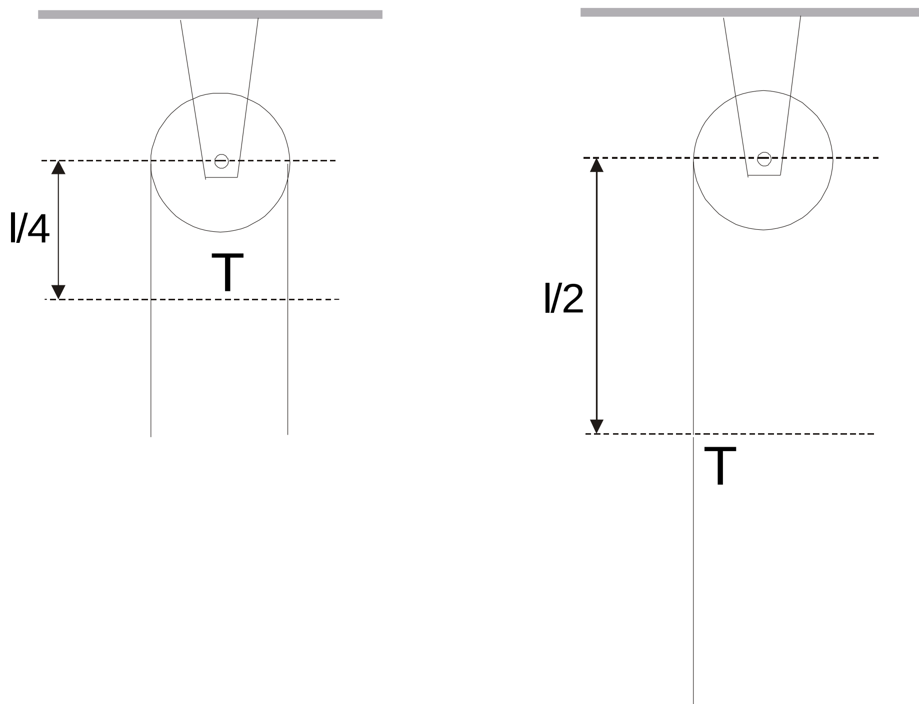
$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2) \times v - m_1 \times v_1}{m_2}$$

$$v_2 = \frac{(4 + 0{,}008) \times 1{,}085 - 4 \times 0}{0{,}008}$$

$$v_2 = 543{,}59 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.263. Uže duljine 20 m prebačeno je preko čvrste koloture kojoj možemo zanemariti masu i veličinu.
U početku uže visi na miru, simetrično s obzirom na vertikalu koja ide središtem koloture. Kad
koloturu malo stresemo, uže će početi padati. Kolika će mu biti brzina u času kad otpadne s
koloture?

l = 20 [m]
v = ?

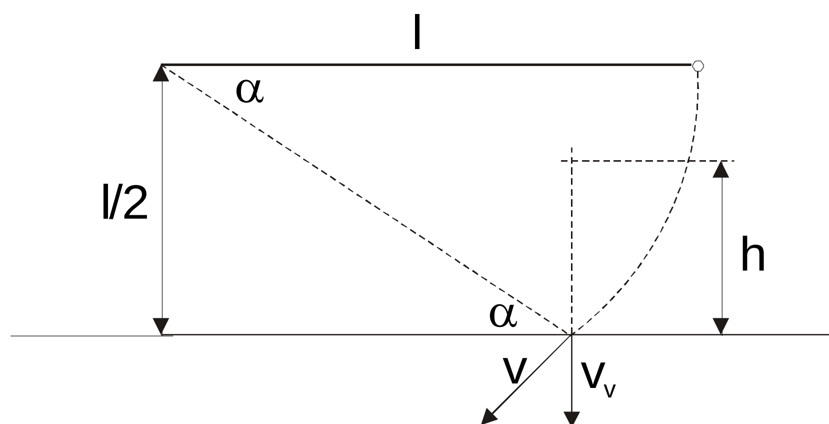


$$\frac{m \times v^2}{2} = m \times g \times \frac{l}{4} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g \times l}{2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 20}{2}}$$

$$v = 9{,}91 \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.264. Matematičko njihalo nalazi se najprije u horizontalnom položaju. Duljina mu je l. Na udaljenosti l/2 ispod točke objesišta njihala postavljena je horizontalna čelična ploča. Na koju će se visinu h odbiti kuglica njihala nakon sudara s pločom ako pretpostavimo da je sudar potpuno elastičan?



$$\frac{m \times v^2}{2} = m \times g \times \frac{l}{2} \Rightarrow v = \sqrt{g \times l}$$

$$\alpha = 60^0$$

$$v_V = v \times \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{g \times l}$$

$$v_V = \frac{\sqrt{3 \times g \times l}}{2}$$

$$\frac{m \times v_V^2}{2} = 2 \times m \times g \times h$$

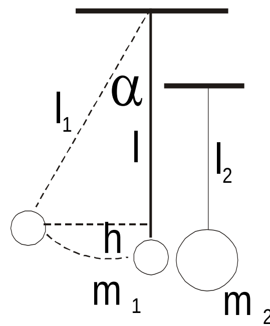
$$h = \frac{v_V^2}{2 \times 2 \times g} = \frac{\frac{3 \times g \times l}{2}}{4 \times g} = \frac{3 \times g \times l}{8 \times g}$$

$$h = \frac{3}{8} \times l$$

1.265. Dvije elastične kugle vise na nitima tako da se nalaze na istoj visini i dodiruju se. Niti su različite

duljine: l_1 = 10 cm, l_2 = 6 cm. Mase dotičnih kugala jesu m_1 = 8 g i m_2 = 20 g. Kuglu od 8 g otklonimo 60^0 i ispustimo. Treba odrediti koliko će se kugle otkloniti nakon sudara ako je sudar elastičan.

$l_1 = 10$ [cm] = 0,1 [m]
$l_2 = 6$ [cm] = 0,06 [m]
$m_1 = 8$ [g] = 0,008 [kg]
$m_2 = 20$ [g] = 0,02 [kg]
$\alpha = 60^0$
$\alpha_1 = ?, \alpha_2 = ?$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{}$$

$$\Rightarrow v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -0{,}424 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\Rightarrow v_2' = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 0{,}565 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$mgh = \frac{m v_1^2}{2}$$

$$h = l_1 - l$$

$$\cos\alpha = \frac{l}{l_1} \Rightarrow l = l_1 \cos\alpha$$

$$h = l_1 - l_1 \cos 60^0$$

$$v_1^2 = g l_1 = 0{,}981$$

$$v_1 = 0{,}99 \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$h_1 = \frac{v_1'^2}{2 \times g} = 0{,}0091 [m]$$

$$h_2 = \frac{v_2'^2}{2 \times g} = 0{,}0162 [m]$$

$$h_1 = l_1 - l_1 \cos\alpha_1 \Rightarrow \cos\alpha_1 = \frac{l_i - h_1}{l_1}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{0{,}1 - 0{,}0091}{0{,}1} = 0{,}909 \Rightarrow \alpha_1 = 24{,}6^0$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{l_2 - h_2}{l_2} = \frac{0{,}06 - 0{,}0162}{0{,}06} = 0{,}7288 \Rightarrow \alpha_2 = 43{,}21^0$$

1.266. Dječak puca iz praćke i pritom toliko nategne gumenu vrpcu da je produži 10 cm. Kolikom je brzinom poletio kamen mase 20 g? Da se gumena vrpca produži 1 cm treba sila 9,8 N. Otpor zraka zanemarimo.

x = 10 [cm] = 0,1 [m]
m = 20 [g] = 0,02 [kg]
k = (9,8/0,01) = 980 [N/m]

v = ?

$$E_P = E_K$$

$$\frac{1}{2} \times k \times x^2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{980 \times 0{,}1^2}{0{,}02}} = 22{,}14\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.267. Svaka elastična opruga odbojnika na vagonu stisnut će se 1 cm zbog djelovanja sile 10^4 N. Kojom
se brzinom kretao vagon ako su se opruge na odbojnicima pri udarcu vagona o stijenu stisnule
10 cm? Masa vagona je 20 tona.

$k = 2 \times (10^4/0{,}01) = 2 \times 10^6$ [N/m]
x = 10 [cm] = 0,1 [m]
$m = 20$ [t] $= 2 \times 10^4$ [N]
v = ?

$$E_P = E_K$$

$$\frac{1}{2} \times k \times x^2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 10^6 \times 0{,}1^2}{2 \times 10^4}} = 1\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.268. Tijelo mase 3 kg kreće se brzinom 2 m/s i sudara s elastičnom oprugom. Za oprugu vrijedi
F = 100 N/m × x. a) Kolika je elastična potencijalna energija sadržana u opruzi kad ju je tijelo
stisnulo za 0,1 m? b) Kolika je u tom času kinetička energija tijela mase 3 kg?

m = 3 [kg]
v = 2 [m/s]
F = 100 × x
x = 0,1 [m]
E_P = ?, E_K = ?

$$k = 100\left[\frac{N}{m}\right]$$

$$E_P = \frac{1}{2} \times k \times x^2$$

$$E_P = \frac{1}{2} \times 100 \times 0{,}1^2$$

$$E_P = 0{,}5[J]$$

$$E = \frac{m \times v^2}{2}$$

$$E = \frac{3 \times 2^2}{2} = 6[J]$$

$$E_K = E - E_P$$

$$E_K = 6 - 0{,}5$$

$$E_K = 5{,}5[J]$$

1.269. Tijelo mase 0,5 kg smješteno je na horizontalnom stolu i pričvršćeno za elastičnu oprugu kojoj
je k = 50 N/m. Opruga titra, pri čemu se najviše rastegne odnosno stegne 0,1 m i vuče tijelo za
sobom. Trenje po stolu možemo zanemariti. Kolika je najveća brzina tijela?

m = 0,5 [kg]
k = 50 [N/m]
x = 0,1 [m]
v = ?

$$E_P = E_K$$
$$\frac{1}{2} \times k \times x^2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}}$$
$$v = \sqrt{\frac{50 \times 0{,}1^2}{0{,}5}} = 1\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.270. Elastična opruga konstante k = 40 N/m visi vertikalno. Na njezinu kraju obješen je uteg mase
0,8 kg koji miruje. Uteg povučemo prema dolje 0,15 m. a) Do koje će se visine h uteg podići kad ga
ispustimo? b) Kolika će biti njegova najveća brzina?

k = 40 [N/m]
m = 0,8 [kg]
x = 0,15 [m]
h = ?, v = ?

$$h = 2 \times x$$
$$h = 2 \times 0{,}15$$
$$h = 0{,}3[m]$$

$$E_P = E_K$$
$$\frac{1}{2} \times k \times x^2 = \frac{1}{2} \times m \times v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k \times x^2}{m}}$$
$$v = \sqrt{\frac{40 \times 0{,}15^2}{0{,}8}} = 1{,}06\left[\frac{m}{s}\right]$$

10. KRUŽNO GIBANJE (1.271. - 1.299.)

1.271. Koliko okreta u sekundi izvrši čelni kotač lokomotive promjera 1,5 m pri brzini 72 km/h?

d = 1,5 [m]
v = 72 [km/h] = 20 [m/s]
f = ?

$$v = \frac{2 \times r \times \pi}{T} = \frac{d \times \pi}{T}$$
$$T = \frac{d \times \pi}{v} = \frac{1{,}5 \times \pi}{20} = 0{,}235[s]$$
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}235} = 4{,}24[Hz]$$

1.272. Minutna kazaljka na nekom satu 3 puta je duža od sekundne. Koliki je omjer između brzina točaka
na njihovim vrhovima?

$r_1 = 3 \times r_2$
$(v_1 / v_2) = ?$

$$v_1 = \frac{2 \times r_1 \times \pi}{T_1}$$
$$v_2 = \frac{2 \times r_2 \times \pi}{T_2}$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1 \times T_2}{r_2 \times T_1}$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3 \times T_2}{T_!}$$

$$T_1 = 60 \times T_2$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3 \times T_2}{60 \times T_2}$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{20}$$

1.273. Uteg mase 50 g privezan je na nit duljine 25 cm, koja kruži u horizontalnoj ravnini. Kolika je
centripetalna sila koja djeluje na uteg ako je frekvencija kruženja 2 okreta u sekundi?

m = 50 [g] = 0,05 [kg]
r = 25 [cm] = 0,25 [m]
f = 2 [Hz]
F = ?

$$f = \frac{1}{T}$$
$$v = \frac{2 \times r \times \pi}{T} = 2 \times r \times \pi \times f$$
$$v = 2 \times 0{,}25 \times \pi \times 2$$
$$v = 3{,}14\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$F = \frac{m \times v^2}{r}$$
$$F = \frac{0{,}05 \times 3{,}14^2}{0{,}25}$$
$$F = 1{,}97[N]$$

1.274. Bacač okreće kladivo na užetu dugačkome 2 m. a) Koliko je centripetalno ubrzanje kladiva ako
se bacač okrene jedanput u 2/3 s? Koliku centripetalnu silu mora bacač proizvesti ako je masa
kladiva 7 kg?

r = 2 [m]
T = 2/3 [s]
m = 7 [kg]
a = ?, F = ?

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4 \times \pi^2 \times r}{T^2}$$

$$a = \frac{4 \times \pi \ \ \times 2}{\frac{4}{9}} = 177{,}65 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$F = m \times a$$

$$F = 7 \times 177{,}65$$

$$F = 1243{,}57 [N]$$

1.275. Tijelo mase 0,5 kg giba se po kružnici polumjera 50 cm frekvencijom 4 Hz. Odredi: a) obodnu
brzinu tijela, b) akceleraciju i c) centripetalnu silu koja djeluje na tijelo.

m = 0,5 [kg]
r = 50 [cm] = 0,5 [m]
f = 4 [Hz]
v = ?, a = ?, F = ?

a)

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} \left[s^{-1}\right]$$

$$v = \frac{2 \times r \times \pi}{T}$$

$$v = \frac{2 \times 0{,}5 \times \pi}{0{,}25}$$

$$v = 12{,}57 \left[\frac{m}{s}\right]$$

b)

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \frac{12{,}57^2}{0{,}5}$$

$$a = 315{,}83 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

c)

$$F = m \times a$$

$$F = 0{,}5 \times 315{,}83$$

$$F = 157{,}91 [N]$$

1.276. Tramvajski vagon mase 5 × 10^3 kg giba se po kružnom zavoju polumjera 128 m. Kolika
horizontalna komponenta sile djeluje na tračnice pri brzini vagona 9 km/h zbog toga što se vagon
giba?

m = 5 × 10^3 [kg]

r = 128 [m]
v = 9 [km/h] = 2,5 [m/s]
F = ?

$$F = \frac{m \times v^2}{r}$$
$$F = \frac{5 \times 10^3 \times 2{,}5^2}{128}$$
$$F = 244{,}14 [N]$$

1.277. Kojom se najvećom brzinom može kretati auto na zavoju ceste polumjera zakrivljenosti 150 m
bez zanošenja ako je faktor trenja kotača po cesti 0,42 (g = 10 m/s^2).

r = 150 [m]
μ = 0,42
v = ?

$$F_{CP} = F_{tr}$$
$$\frac{m \times v^2}{r} = \mu \times m \times g \Rightarrow v = \sqrt{\mu \times g \times r}$$
$$v = \sqrt{0{,}42 \times 10 \times 150} = 25{,}1 \left[\frac{m}{s}\right] = 90{,}36 \left[\frac{km}{h}\right]$$

1.278. Kružna ploča okreće se oko vertikalne osi koja ploču probada kroz središte i stoji na njoj okomito.
Frekvencija je okretanja 30 okreta u minuti. Na 20 cm udaljenosti od osi na ploči leži tijelo. Koliki
mora biti najmanji faktor trenja između ploče i tijela da tijelo ne sklizne s ploče?

f = 30 [okr/min] = 0,5 [Hz]
T = 1/0,5 = 2 [s]
r = 20 [cm] = 0,2 [m]
μ = ?

$$F_{CP} = F_{tr}$$
$$F_{CP} = \frac{m \times v^2}{r} = \frac{m \times \frac{4 \times r^2 \times \pi^2}{T^2}}{r} = \frac{4 \times m \times r \times \pi^2}{T^2}$$
$$\frac{4 \times m \times r \times \pi^2}{T^2} = \mu \times m \times g \Rightarrow \mu = \frac{4 \times r \times \pi^2}{T^2 \times g}$$
$$\mu = \frac{4 \times 0{,}2 \times \pi^2}{2^2 \times 9{,}81} = 0{,}2$$

1.279. Kolika mora biti brzina zrakoplova u lupingu polumjera 1 km da ni sjedište ni pojas ne čine na
pilota nikakav pritisak kad se avion nalazi u najvišoj točki petlje?

r = 1 [km] = 1000 [m]
v = ?

$$F_g = F_{CP}$$
$$m \times g = \frac{m \times v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{g \times r}$$
$$v = \sqrt{9,81 \times 1000} = 99\left[\frac{m}{s}\right]$$

1.280. Koliko bi trebao biti dugačak dan da tijela na ekvatoru ne pritišću na površinu Zemlje
(r_Z = 6370 km, g = 10 m/s^2)?

r_Z = 6370 [km] = 6370000 [m]
T = ?

$$F_g = F_{CP}$$
$$m \times g = \frac{4 \times m \times r \times \pi^2}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4 \times r \times \pi^2}{g}}$$
$$T = \sqrt{\frac{4 \times 6370000 \times \pi^2}{10}} = 5014,75[s] = 83,58[min] \approx 1[h]23[min]30[s]$$

1.281. Kojom se najmanjom brzinom mora okretati vedro s vodom u vertikalnoj ravnini da se voda ne
prolijeva?

v = ?

$$F_g = F_{CP}$$

$$m \times g = \frac{m \times v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{r \times g}$$

1.282. Kablić s vodom privezan je na uže duljine 50 cm. Kojom najmanjom brzinom moramo vrtjeti
kablić po krugu u vertikalnoj ravnini da nam voda iz kablića ne isteče?

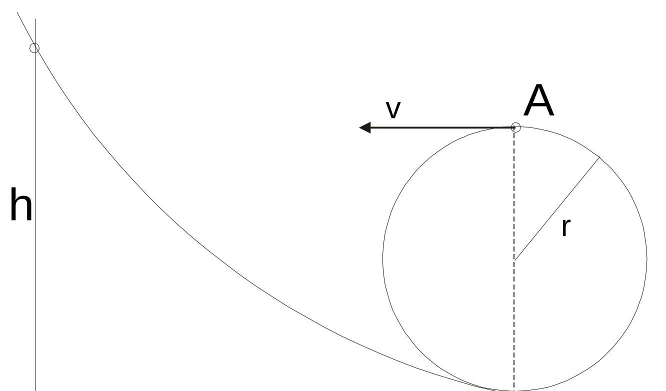
r = 50 [cm] = 0,5 [m]
v = ?

$$F_g = F_{CP}$$

$$m \times g = \frac{m \times v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{r \times g}$$

$$v = \sqrt{0,5 \times 9,81} = 2,21 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.283. S koje visine h treba skotrljati kolica niz žlijeb da bi u produženju mogla izvršiti potpunu petlju
polumjera r? Trenje možemo zanemariti.



$$m \times g = \frac{m \times v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{r \times g}$$

$$m \times g \times h = \frac{m \times v^2}{2} + m \times g \times 2 \times r \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \times g} + 2 \times r$$

$$h = \frac{r \times g}{2 \times g} + 2 \times r$$

$$h = \frac{r}{2} + 2 \times r$$

$$h = \frac{5}{2} \times r$$

1.284. Elektron se kreće po krugu polumjera 2,0 cm zbog djelovanja magnetske sile. Brzina kretanja je
$3{,}0 \times 10^6$ m/s. Kojom bi se brzinom kretao proton po istom krugu kad bi na njega djelovala ista
magnetska sila.

r = 2 [cm] = 0,02 [m]
$v = 3 \times 10^6$ [m/s]
$m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ [kg]
$m_1 = 1{,}6726 \times 10^{-27}$ [kg]
v_1 = ?

$$F = \frac{m \times v^2}{r}$$

$$F = \frac{9{,}11 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^6)^2}{0{,}02}$$

$$F = 4 \times 10^{-16} [N]$$

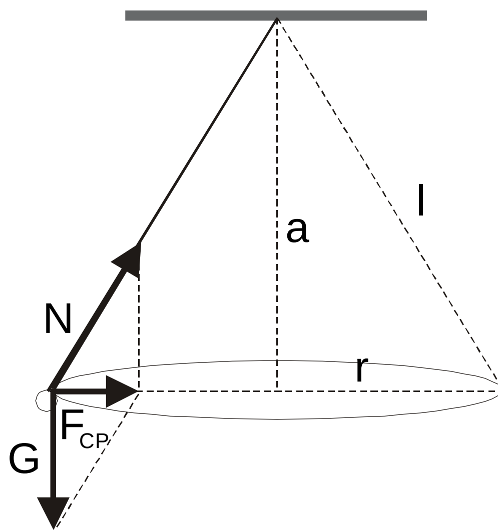
$$F = \frac{m_1 \times v_1^2}{r} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{F \times r}{m_1}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-16} \times 0{,}02}{1{,}6726 \times 10^{-27}}}$$

$$v_1 = 7 \times 10^4 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.285. Uteg privezan na nit duljine 30 cm opisuje u horizontalnoj ravnini kružnicu polumjera 15 cm.
Koliko okreta u minuti izvrši uteg pri kruženju?

l = 30 [cm] = 0,3 [m]
r = 15 [cm] = 0,15 [m]
f = ?



$$a = \sqrt{0{,}3^2 - 0{,}15^2}$$

$$a = 0{,}26[\mathrm{m}]$$

$$F_{CP} : G = 0{,}15 : 0{,}26$$

$$\frac{\frac{m \times v^2}{r}}{m \times g} = \frac{0{,}15}{0{,}26}$$

$$\frac{v^2}{r \times g} = \frac{0{,}15}{0{,}26}$$

$$v^2 = \frac{0{,}15}{0{,}26} \times 0{,}15 \times 9{,}81$$

$$v = 0{,}92\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$v = \frac{2 \times r \times \pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \times r \times \pi}{v}$$

$$T = \frac{2 \times 0{,}15 \times \pi}{0{,}92} = 1{,}023[s]$$

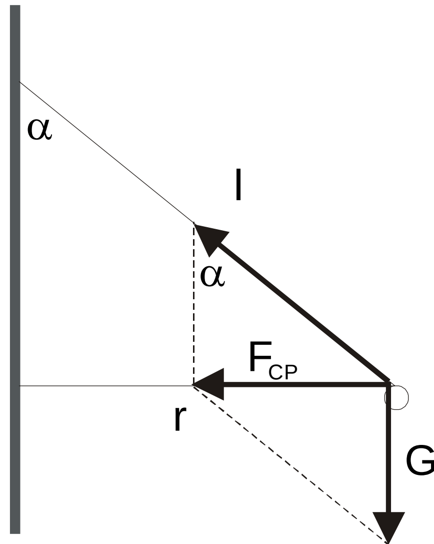
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}023} = 0{,}978[\mathrm{Hz}]$$

$$f_1 = f \times 60 = 0{,}978 \times 60$$

$$f_1 = 58{,}66\left[\frac{okr}{min}\right]$$

1.286. Za koliki se kut otkloni centrifugalni regulator ako je štap na kojemu je uteg učvršćen dugačak
200 mm, a regulator se okrene 90 puta u minuti?

l = 200 [mm] = 0,2 [m]
f_1 = 90 [okr/min]
α = ?



$$tg\alpha = \frac{F_{CP}}{G} = \frac{\frac{mv^2}{r}}{m \times g} = \frac{v^2}{r \times g} = \frac{\frac{4 \times r^2 \times \pi^2}{T^2}}{r \times g}$$

$$f = \frac{f_1}{60} = \frac{90}{60} = 1{,}5[Hz]$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}67[s]$$

$$\sin\alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow r = l \times \sin\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{4 \times r \times \pi^2}{T^2 \times g} = \frac{4 \times l \times \sin\alpha \times \pi^2}{T^2 \times g}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4 \times l \times \sin\alpha \times \pi^2}{T^2 \times g}$$

$$\cos\alpha = \frac{T^2 \times g}{4 \times l \times \pi^2} = \frac{0{,}67^2 \times 9{,}81}{4 \times 0{,}2 \times \pi^2} = 0{,}5522$$

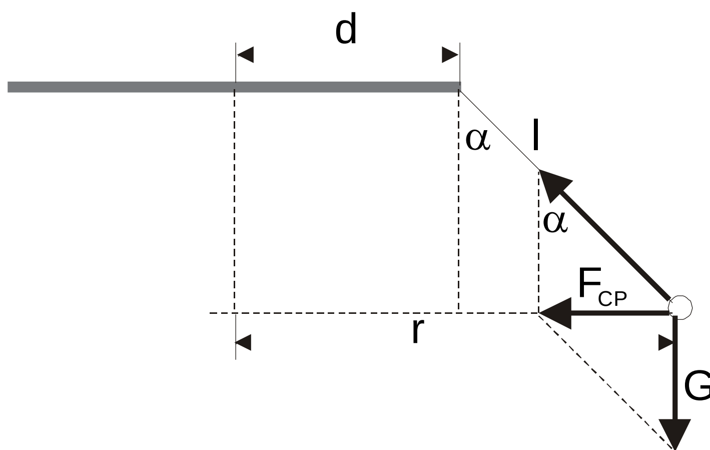
$$\alpha = 56{,}48^0$$

1.287. Na rubu kružne ploče koja se jednoliko okreće oko svoje osi visi njihalo koje se namjesti pod

kutom $\alpha = 45^0$ prema vertikali. Udaljenost od objesišta njihala do središta ploče je d = 10 cm, a

duljina njihala l = 6 cm. Odredi brzinu kojom kuglica kruži.

$\alpha = 45^0$
d = 10 [cm] = 0,1 [m]
l = 6 [cm] = 0,06 [m]
v = ?



$$tg\alpha = \frac{F_{CP}}{G} \Rightarrow F_{CP} = G \times tg\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{r-d}{l} \Rightarrow r = d + l \times \sin\alpha$$

$$F_{CP} = \frac{m \times v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{F_{CP} \times r}{m}$$

$$v^2 = \frac{m \times g \times tg\alpha \times (d + l \times \sin\alpha)}{m}$$

$$v = \sqrt{g \times tg\alpha \times (d + l \times \sin\alpha)}$$

$$v = \sqrt{9{,}81 \times tg45^0 \times (0{,}1 + 0{,}06 \times \sin 45^0)}$$

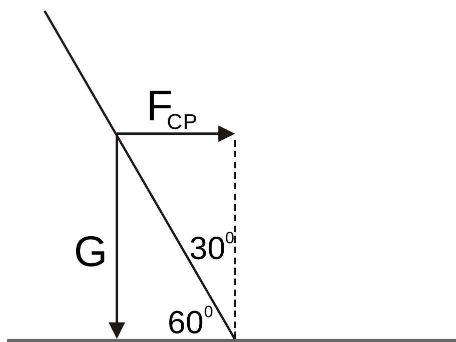
$$v = 1{,}18 \left[\frac{m}{s}\right]$$

1.288. Biciklist vozi brzinom 18 km/s. Koji najmanji polumjer zakrivljenosti može on opisati ako se
nagne prema horizontalnom podu za kut 60^0.

$v = 18$ [km/h] = 5 [m/s]

$\alpha = 60^0$

r = ?



$$F_{CP} = G \times tg(90^0 - \alpha)$$

$$\frac{m \times v^2}{r} = m \times g \times tg(90^0 - \alpha)$$

$$r = \frac{v^2}{g \times tg(90^0 - \alpha)} = \frac{5^2}{9{,}81 \times tg30^0}$$

$$r = 4{,}4[m]$$

1.289. Vlak se giba po kružnom zavoju polumjera 800 m brzinom 72 km/h. Odredi za koliko mora
vanjska tračnica biti viša od unutarnje ako je razmak tračnica 75 cm ($g = 10$ m/s^2)?

r = 800 [m]

v = 72 [km/h] = 20 [m/s]

l = 75 [cm] = 0,75 [m]

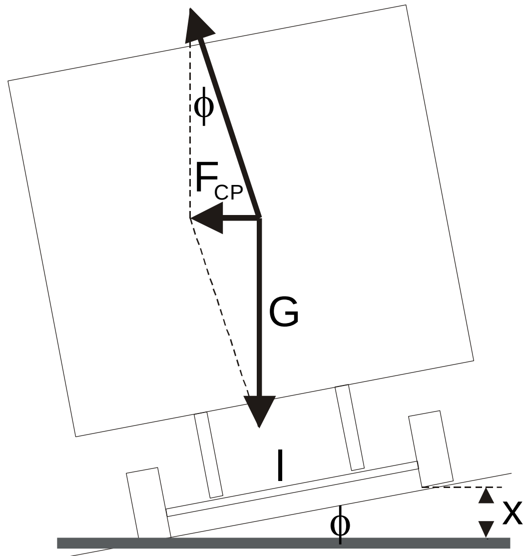
x = ?

$$tg\varphi = \frac{F_{CP}}{G} = \frac{\frac{m \times v^2}{r}}{m \times g} = \frac{v^2}{r \times g}$$

$$tg\varphi = \frac{20^2}{800 \times 10} = 0{,}05 \Rightarrow \varphi = 2{,}86^0$$

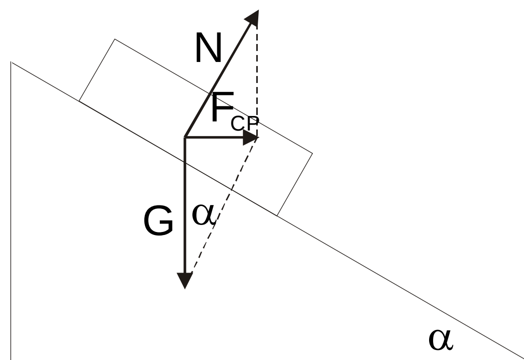
$$\sin\varphi = \frac{x}{l} \Rightarrow x = l \times \sin\varphi$$

$$x = 0{,}75 \times \sin 2{,}86 = 0{,}0374[m] = 37{,}4[mm]$$



1.290. Na zavoju polumjera 50 m cesta je tako građena da auto može voziti brzinom 20 m/s neovisno o
trenju. Koliki mora biti nagib ceste na tom zavoju?

r = 50 [m]
v = 20 [m/s]
α = ?



$$tg\alpha = \frac{F_{CP}}{G} = \frac{\frac{m \times v^2}{r}}{m \times g} = \frac{v^2}{r \times g}$$

$$tg\alpha = \frac{20^2}{50 \times 9{,}81} = 0{,}8154 \Rightarrow \alpha = 39{,}197^0$$

1.291. Na kružnom zavoju polumjera 100 m cesta je nagnuta prema unutrašnjoj strani zavoja 10^0. Na koju
je brzinu proračunan zavoj?

r = 100 [m]

$\alpha = 10^0$
v = ?

$$tg\alpha = \frac{F_{CP}}{G} = \frac{\frac{m \times v^2}{r}}{m \times g} = \frac{v^2}{r \times g}$$

$$v = \sqrt{tg\alpha \times r \times g} = \sqrt{tg10^0 \times 100 \times 9{,}81}$$

$$v = 13{,}15\left[\frac{m}{s}\right] = 47{,}35\left[\frac{km}{h}\right]$$

1.292. Automobil mase 1 t vozi preko mosta brzinom 45 km/h. Nađi kolikom silom djeluje na most ako
se pod pritiskom automobila most iskrivi i čini kružni luk polumjera 800 m.

m = 1 [t] = 1000 [kg]
v = 45 [km/h] = 12,5 [m/s]
r = 800 [m]
F = ?

$$F = G + F_{CP}$$

$$F = m \times g + \frac{m \times v^2}{r}$$

$$F = 1000 \times 9{,}81 + \frac{1000 \times 12{,}5^2}{800} = 10005[N]$$

1.293. Automobil se diže po izbočenome mostu u obliku luka kružnice polumjera 40 m. Koliko je
najveće moguće horizontalno ubrzanje koje može postići auto na vrhu mosta ako tamo ima brzinu
50,4 km/h? Faktor trenja između automobila i mosta jest 0,6.

r = 40 [m]
v = 50,4 [km/h] = 14 [m/s]
$\mu = 0{,}6$
a = ?

$$F_{CP} = G - F_N$$
$$\frac{m \times v^2}{r} = m \times g - F_N$$
$$F_N = m \times g - \frac{m \times v^2}{r}$$

$$m \times a = \mu \times F_N$$
$$a = \frac{\mu \times F_N}{m} = \frac{\mu \times (m \times g - \frac{m \times v^2}{r})}{m}$$
$$a = \mu \times (g - \frac{v^2}{r}) = 0,6 \times (9,81 - \frac{14^2}{40})$$
$$a = 2,95\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

1.294. Automobil prelazi preko izbočenog mosta u obliku kružnog luka brzinom v = 180 km/h. Koliki je polumjer zakrivljenosti mosta ako je na vrhu mosta sila kojom automobil djeluje na most jednaka polovini težine automobila?

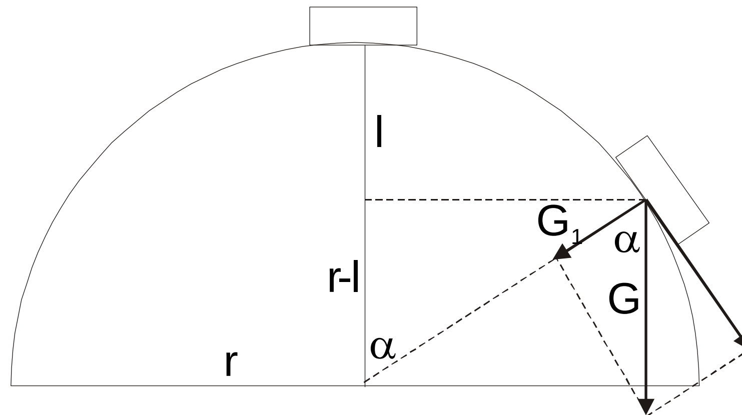
v = 180 [km/h] = 50 [m/s]
F_N = (G/2)
r = ?

$$F_{CP} = G - F_N$$
$$F_{CP} = G - \frac{G}{2}$$
$$F_{CP} = \frac{G}{2} = \frac{m \times g}{2}$$

$$\frac{m \times v^2}{r} = \frac{m \times g}{2}$$
$$r = \frac{2 \times v^2}{g} = \frac{2 \times 50^2}{9,81}$$
$$r = 509,7[m]$$

1.295. Pod utjecajem sile teže maleno tijelo s vrha kuglaste kupole polumjera r klizi po njezinoj vanjskoj površini. Na kojoj će vertikalnoj udaljenosti od početnog položaja tijelo napustiti kupolu? Trenje zanemarimo.

l = ?



$$\frac{m \times v^2}{r} = G_1$$
$$G_1 = G \times \cos\alpha$$
$$v^2 = 2 \times g \times l$$
$$\cos\alpha = \frac{r - l}{r}$$

$$\frac{m \times 2 \times g \times l}{r} = m \times g \times \frac{r - l}{r}$$
$$\frac{2 \times l}{r} = \frac{r - l}{r}$$
$$3 \times l = r$$
$$l = \frac{r}{3}$$

1.296. Akrobat u automobilu vozi po horizontalnom krugu na unutrašnjoj stijeni plašta uspravnog valjka
(zid smrti). Koliki mora biti najmanji faktor trenja μ između kotača i uspravne stijene da automobil
pri brzini v ne padne sa stijene? Polumjer valjka neka je r.

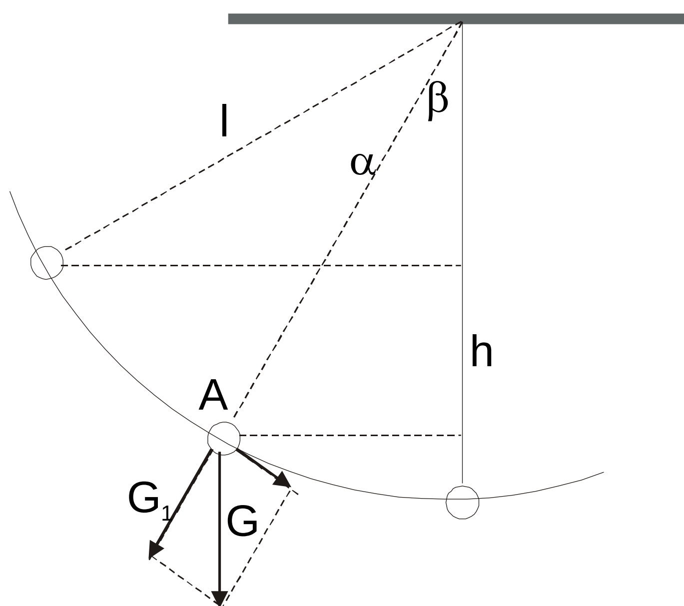
μ = ?

$$F_N = F_{CP} = \frac{m \times v^2}{r}$$
$$F_{tr} = \mu \times F_N = \mu \times F_{CP}$$
$$G = F_{tr}$$
$$m \times g = \mu \times F_{CP}$$
$$m \times g = \mu \times \frac{m \times v^2}{r}$$
$$\mu = \frac{g \times r}{v^2}$$

1.297. Uteg mase 100 g obješen je na niti i njiše se uz najveći otklon $\alpha = 60^0$ na obje strane. Koliko je

nategnuta nit pri otklonu $ß = 30^0$ od vertikale?

m = 100 [g] = 0,1 [g]
$\alpha = 60^0$
$ß = 30^0$
N = ?



$N = G_1 + F_{CP}$

$\cos\beta = \frac{G_1}{G} \Rightarrow G_1 = G \times \cos\beta$

$h = l \times \cos\beta - l \times \cos\alpha$

$v^2 = 2 \times g \times h$

$$N = m \times g \times \cos\beta + \frac{m \times v^2}{l}$$

$$N = m \times g \times \cos\beta + \frac{m \times 2 \times g \times l \times (\cos\beta - \cos\alpha)}{l}$$

$$N = 0{,}1 \times 9{,}81 \times \cos 30^0 + 0{,}1 \times 2 \times 9{,}81 \times (\cos 30^0 - \cos 60^0)$$

$$N = 1{,}57[N]$$

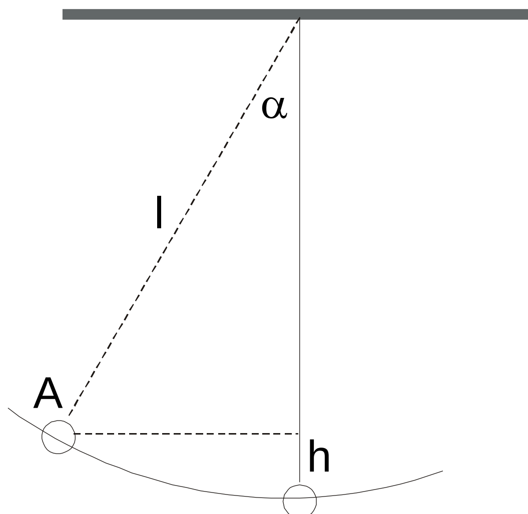
1.298. Na tankoj niti visi kuglica mase 100 g. Najveća napetost koju nit može izdržati iznosi 1,96 N.

Odredi najmanji kut α do kojega moramo otkloniti kuglicu na niti da bi nit pukla u času kad

kuglica prolazi položajem ravnoteže. Koliku bi čvrstoću nit morala imati da ne pukne ni onda kad

kuglicu otklonimo 90^0?

m = 100 [g] = 0,1 [kg]
N = 1,96 [N]
$\alpha_1 = 90^0$
α = ?, N_1 = ?



$$F_{CP} = N - G$$
$$\frac{m \times v^2}{l} = N - m \times g$$
$$\frac{m \times 2 \times g \times l \times (1 - \cos\alpha)}{l} = N - m \times g$$

$$h = l - l \times \cos\alpha$$
$$v^2 = 2 \times g \times h$$

$$2 \times m \times g \times (1 - \cos\alpha) = N - m \times g$$
$$2mg\cos\alpha = 2mg + mg - N$$
$$\cos\alpha = 1 + \frac{1}{2} - \frac{N}{2mg}$$
$$\cos\alpha = 1{,}5 - \frac{1{,}96}{2 \times 0{,}1 \times 9{,}81}$$
$$\cos\alpha = 0{,}501 \Rightarrow \alpha = 59{,}93^0$$

$$N_1 = F_{CP} + G$$
$$N_! = \frac{mv^2}{l} + mg$$
$$N_1 = \frac{2mgl \times (1 - \cos\alpha_1)}{l} + mg$$
$$N_1 = 2mg \times (1 - \cos\alpha_1) + mg$$
$$N_1 = 2 \times 0{,}1 \times 9{,}81 \times (1 - \cos 90^0) + 0{,}1 \times 9{,}81$$
$$N_1 = 2{,}943[N]$$

1.299. Kamen privezan o nit dugu 80 cm vrtimo u vertikalnoj ravnini tako da učini 3 okreta u sekundi.

Na koju će visinu odletjeti kamen ako nit pukne upravo u trenutku kad je brzina kamena usmjerena
vertikalno gore.

r = 80 [cm]
f = 3 [Hz]
h = ?

$$v = \frac{2 \times r \times \pi}{T} = 2 \times r \times \pi \times f$$
$$v = 2 \times 0{,}8 \times \pi \times 3$$
$$v = 15{,}08 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$E_K = E_P$$
$$\frac{m \times v^2}{2} = m \times g \times h$$
$$h = \frac{v^2}{2 \times g}$$
$$h = \frac{15{,}08^2}{2 \times 9{,}81}$$
$$h = 11{,}59 [m]$$

11. MOMENT SILE (1.300. - 1.319.)

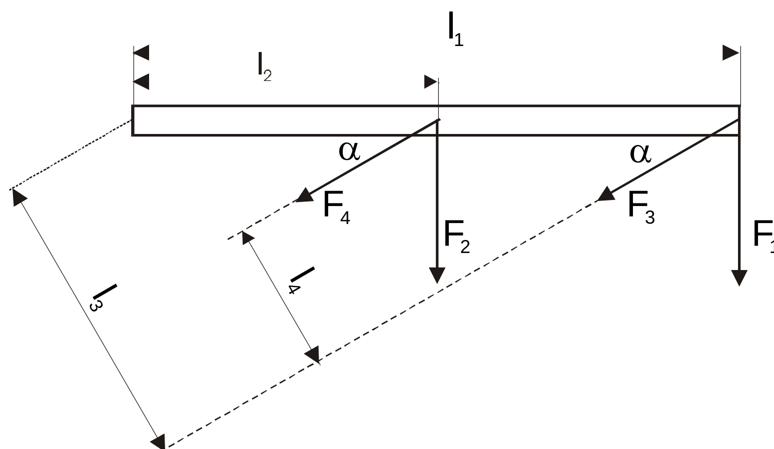
1.300. Na obod kotača vagona djeluje sila kočenja 75 N. Koliki je moment te sile ako je polumjer kotača
0,5 m?

F = 75 [N]
r = 0,5 [m]
M = ?

$$M = r \times F$$
$$M = 0{,}5 \times 75$$
$$M = 37{,}5 [N]$$

1.301. Francuskim ključem odvijamo maticu. Duljina ručke ključa jest 300 mm. Koliki je moment sile
ako zakrećemo: a) kraj ručke silom 40 N okomito na duljinu ručke, b) ručku na njezinoj polovici
istom silom okomito na duljinu ručke, c) kraj ručke silom 40 N koja s ručkom čini kut 30^0,
d) ručku na njezinoj polovici silom 40 N koja s ručkom čini kut 30^0?

l_1 = 300 [mm] = 0,3 [m]
F = 40 [N]
$\alpha = 30^0$
M = ?



a) b) c) d)

$$M = l_1 \times F$$
$$M = 0{,}3 \times 40$$
$$M = 12[Nm]$$

$$M = l_2 \times F$$
$$M = 0{,}15 \times 40$$
$$M = 6[Nm]$$

$$M = l_3 \times F$$
$$l_3 = l_1 \times \sin\alpha$$
$$l_3 = 0{,}3 \times \sin 30^0$$
$$l_3 = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15[m]$$
$$M = 0{,}15 \times 40$$
$$M = 6[Nm]$$

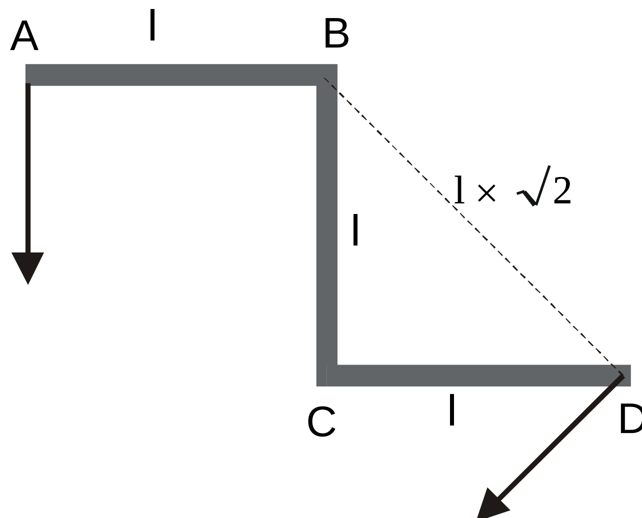
$$M = l_4 \times F$$
$$l_4 = l_2 \times \sin\alpha$$
$$l_4 = 0{,}15 \times \sin 30^0$$
$$l_4 = 0{,}15 \times 0{,}5 = 0{,}75[m]$$
$$M = 0{,}075 \times 40$$
$$M = 3[Nm]$$

1.302. Koljenasta poluga ima oblik kao na slici te se može okretati oko točke B. U točki A djeluje sila

F = 20 N. Kolika je veličinom najmanja sila kojom u točki D možemo držati polugu u ravnoteži i

koji joj je smjer?

F = 20 [N]
F_1 = ?



$$F \times l = F_1 \times l \times \sqrt{2} \Rightarrow F_1 = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

$$F_1 = \frac{F \times \sqrt{2}}{2}$$

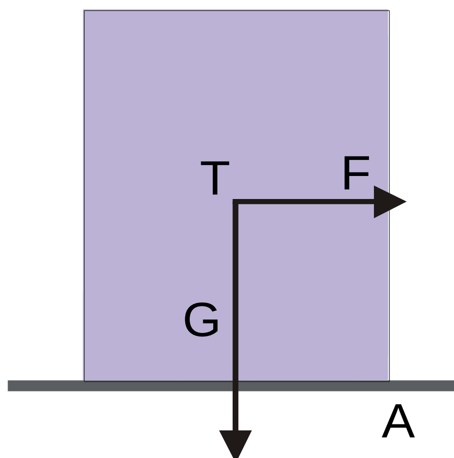
$$F_1 = \frac{20 \times \sqrt{2}}{2}$$

$$F_1 = 14{,}1 [N]$$

1.303. Sanduk visine 2 m stoji na horizontalnom podu svojim podnožjem dimenzija 1 m × 1 m. S bočne

strane na njega puše vjetar i tlači ga 300 N/m^2. Hoće li vjetar prevrnuti sanduk mase 100 kg?

h = 2 [m]
B = 1 × 1 = 1 [m^2]
p = 300 [N/m^2]
m = 100 [kg]



- moment zbog vjetra oko točke A:

$$F = p \times S$$
$$F = 300 \times 2$$
$$F = 600[N]$$
$$M = F \times \frac{h}{2}$$
$$M = 600 \times \frac{2}{2}$$
$$M = 600[Nm]$$

- moment zbog sile teže oko točke A:

$$G = m \times g$$
$$G = 100 \times 9{,}81$$
$$G = 981[N]$$
$$M = G \times k$$
$$k = \frac{1}{2} = 0{,}5[m]$$
$$M = 981 \times 0{,}5$$
$$M = 490{,}5[Nm]$$

Sanduk će se prevrnuti, jer je moment sile vjetra veći od momenta sile teže.

1.304. Na krajevima 14 cm dugačke poluge drže međusobno ravnotežu dva tijela masa 2 kg i 3,6 kg. Nađi
duljine krakova poluge ako njezinu masu zanemarimo.

l = 14 [cm]
m_1 = 2 [kg]
m_2 = 3,6 [kg]
k_1 = ?, k_2 = ?

$$l = k_1 + k_2 \Rightarrow k_1 = l - k_2$$
$$m_1 \times k_1 = m_2 \times k_2$$
$$m_1 \times (l - k_2) = m_2 \times k_2$$
$$m_1 \times l - m_1 \times k_2 = m_2 \times k_2$$
$$(m_1 + m_2) \times k_2 = m_1 \times l$$
$$k_2 = \frac{m_1 \times l}{m_1 + m_2}$$

$$k_2 = \frac{2 \times 14}{2 + 3{,}6}$$
$$k_2 = 5[cm]$$
$$k_1 = 14 - 5$$
$$k_1 = 9[cm]$$

1.305. Na dasci dugačkoj 5 m mase 40 kg njišu se dva dječaka od 25 i 45 kg. Na kojemu mjestu treba
dasku poduprijeti ako dječaci sjede na njezinim krajevima?

l = 5 [m]
m = 40 [kg]
m_1 = 25 [kg]
m_2 = 45 [kg]
k_1 = ?, k_2 = ?

$$l = k_1 + k_2 \Rightarrow k_1 = l - k_2$$

$$m_1 \times k_1 + m \times \frac{l}{2} = m_2 \times k_2$$

$$m_1 \times (l - k_2) + m \times \frac{l}{2} = m_2 \times k_2$$

$$m_1 \times l - m_1 \times k_2 + m \times \frac{l}{2} = m_2 \times k_2$$

$$(m_1 + m_2) \times k_2 = l \times (m_1 + \frac{m}{2})$$

$$k_2 = \frac{m_1 + \frac{m}{2}}{m_1 + m_2} \times l$$

$$k_2 = \frac{25 + \frac{40}{2}}{25 + 45}$$

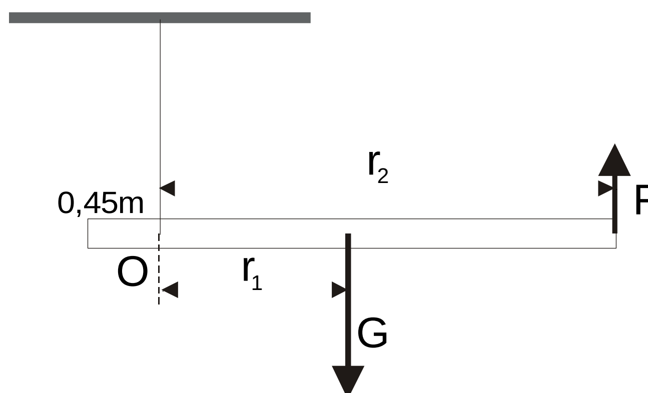
$$k_2 = 0{,}643[m]$$

$$k_1 = 5 - 0{,}643$$

$$k_1 = 4{,}357[m]$$

1.306. Drvena greda mase 40 kg i duljine 2 m obješena je 45 cm daleko od jednoga svojeg kraja. Kolikom
 će silom drugi kraj pritiskivati na našu ruku ako gredu držimo u horizontalnom položaju?

m = 40 [kg]
l = 2 [m]
k_1 = 45 [cm]
F = ?



$$r_1 = \frac{l}{2} - 0,45 = \frac{2}{2} - 0,45 = 0,55[m]$$
$$r_2 = l - 0,45 = 2 - 0,45 = 1,55[m]$$
$$G \times r_1 = F \times r_2 \Rightarrow F = \frac{G \times r_1}{r_2}$$

$$F = \frac{m \times g \times r_1}{r_2}$$
$$F = \frac{40 \times 9,81 \times 0,55}{1,55}$$
$$F = 139,24[N]$$

1.307. Metarski štap položen je na dasku stola tako da četvrtinom duljine viri izvan stola. Najveći uteg

m_1, koji možemo objesiti na vanjski kraj štapa a da se pritom štap ne preokrene, jest uteg od 250 g.

Kolika je masa štapa?

l = 1 [m]
k_1 = (l/4) =0,25 [m]
m_1 = 250 [g]
m = ?

$$k_2 = \frac{l}{2} - k_1$$
$$k_2 = 0,5 - 0,25 = 0,25[m]$$
$$m_1 \times k_1 = m \times k_2 \Rightarrow m = \frac{m_1 \times k_1}{k_2}$$

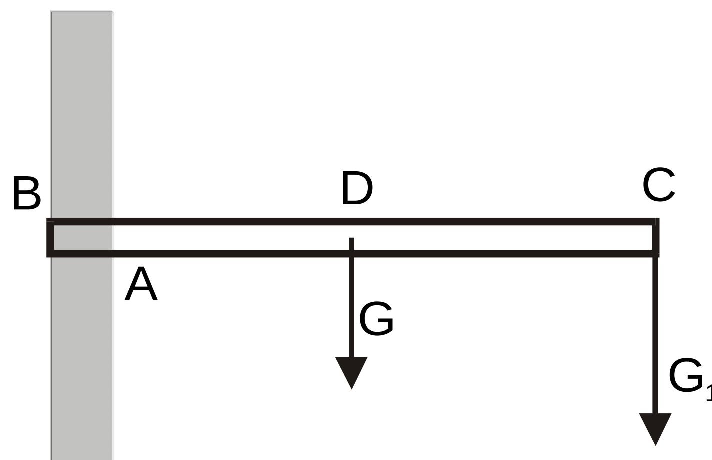
$$m = \frac{250 \times 0,25}{0,25}$$
$$m = 250[g] = 0,25[kg]$$

1.308. Greda mase 150 kg uzidana je te se opire o točke A i B kao na slici. Na njezinu drugom kraju C

obješen je teret 150 kg. Pretpostavimo da točke A i B nose sav teret. Kolike su sile koje djeluju na

te točke ako su AC = 1,5 m i AB = 0,5 m (g = 10 m/s^2).

m = 150 [kg]
m_1 = 150 [kg]
AC = 1,5 [m]
AB = 0,5 [m]
F_A = ?, F_B = ?



$$F_A \times \overline{AB} = G \times \overline{AD} + G_1 \times \overline{AC}$$
$$F_A = \frac{m \times g \times \overline{AD} + m_1 \times g \times \overline{AC}}{\overline{AB}}$$
$$F_A = \frac{150 \times 10 \times 0,5 + 150 \times 10 \times 1,5}{0,5}$$
$$F_A = 6000[N]$$

$$F_B \times \overline{AB} = G \times \overline{BD} + G_1 \times \overline{BC}$$
$$F_B = \frac{m \times g \times \overline{BD} + m_1 \times g \times \overline{BC}}{\overline{AB}}$$
$$F_B = \frac{150 \times 10 \times 1 + 150 \times 10 \times 2}{0,5}$$
$$F_B = 9000[N]$$

1.309. Na tijelo koje ima učvršćenu os djeluju dvije sile F_1 = 50 [N] i F_2 = 30 [N] u smjeru obrnutom
od kazaljke na satu i dvije sile F_3 = 20 N i F_4 = 60 N u smjeru kazaljke na satu. Krakovi
odgovarajućih sila jesu l_1 = 50 cm, l_2 = 25 cm, l_3 = 75 cm i l_4 =20 cm. a) U kojem će se smjeru
zakrenuti tijelo? b) Koliki moment mora imati sila koja bi mogla tijelu vratiti ravnotežu?

F_1 = 50 [N]
F_2 = 30 [N]
F_3 = -20 [N]
F_4 = -60 [N]
l_1 = 50 [cm]
l_2 = 25 [cm]
l_3 = 75 [cm]
l_4 = 20 [cm]

a) b)

$$M_1 = F_1 \times l_1 + F_2 \times l_2$$
$$M_1 = 50 \times 50 + 30 \times 25$$
$$M_1 = 3250[Nm]$$

$$M_2 = F_3 \times l_3 + F_4 \times l_4$$
$$M_2 = -20 \times 75 + (-60) \times 20$$
$$M_2 = -2700[Nm]$$

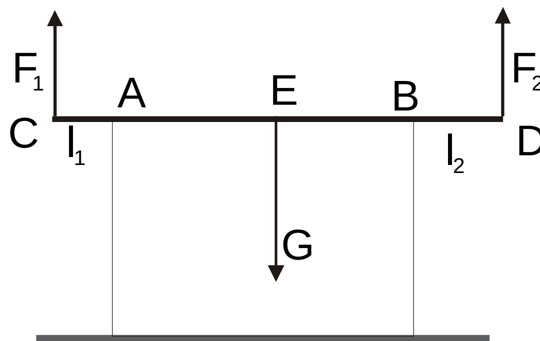
$$M = M_1 - M_2$$
$$M = 3250 - 2700$$
$$M = 550[Nm]$$

- tijelo se zakreće u smjeru obrnutom od kazaljke na satu, jer je $M_1 > M_2$

1.310. Željezna šipka mase 10 kg, duljine 1,5 m, leži na sanduku tako da s lijeve strane sanduka strši
0,4 m svoje duljine, a s desne strane 0,6 m. Kojom silom F_1 treba dizati lijevi kraj šipke da bismo
je podigli, a kojom silom F_2 desni kraj?

m = 10 [kg]
l = 1,5 [m]
l_1 = 0,4 [m]

l_2 =0,6 [m]
F_1 = ?, F_2 = ?



$$F_1 \times \overline{CB} = G \times \overline{EB}$$

$$F_1 = \frac{G \times \overline{EB}}{\overline{CB}}$$

$$\overline{EB} = \frac{l}{2} - l_2 = 0,75 - 0.6 = 0,15[m]$$

$$\overline{CB} = l - l_2 = 1,5 - 0,6 = 0,9[m]$$

$$F_1 = \frac{10 \times 9,81 \times 0,15}{0,9} = 16,35[N]$$

$$F_2 \times \overline{AD} = G \times \overline{AE}$$

$$\overline{AD} = l - l_1 = 1,5 - 0,4 = 1,1[m]$$

$$\overline{AE} = \frac{l}{2} - l_1 = 0,75 - 0,4 = 0,35$$

$$F_2 = \frac{10 \times 9,81 \times 0,35}{1,1} = 31,2[N]$$

12. ROTACIJA KRUTOG TIJELA (1.320. - 1. 350.)

1.320. Izrazi: a) 30 ophoda radijanima, b) 84π radijana ophodima, c) 50 op/s u rad/s, d) 2100 op/min u rad/s, e) rad/s u ^{0}/s (stupnjevima u sekundi).

a)

1 ophod = 2π radijana
30 × 2π = 60π rad

b)

$$\frac{84\pi}{2} = 42\,op$$

c)

50 × 2 = 100
50 op/s = 100π rad

d)

$$2100\frac{op}{min} = \frac{2100}{60} = 35\frac{op}{s}$$

$$35 \times 2 = 70$$

$$35\frac{op}{s} = 70\pi\frac{rad}{s}$$

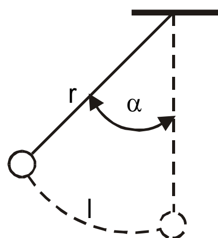
e)

$$\pi\,rad = 180^0$$

$$1rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^0$$

1.321. Kuglica koja visi na niti duljine 50 cm opisala je luk 20 cm. Nađi pripadni kut α, izražen u radijanima i stupnjevima, što ga je opisala nit njihala.

r = 50 cm = 0,5 m
l = 20 cm = 0,2 m
α = ?



$$l = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180^0} \Rightarrow \alpha = \frac{l \cdot 180^0}{r \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{0,2 \cdot 180^0}{0,5 \cdot \pi}$$

$$\alpha = 22,91^0 = 22^0 54' 36''$$

$$22,91^0 = 22,91 \cdot \frac{\pi}{180^0} = 0,13\pi \text{ rad}$$

1.322. Kotač bicikla ima polumjer 36 cm. Kojom se brzinom kreće biciklist ako kotač učini 120 okreta u minuti?

r = 36 cm = 0,36 m
f = 120 okr/min
v = ?

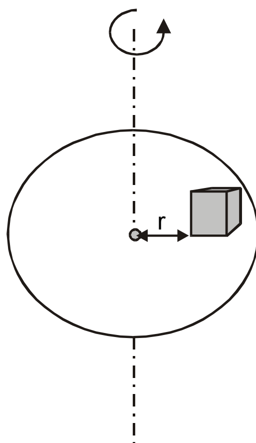
$$f = \frac{n}{60} = \frac{120}{60} = 2 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = \omega \cdot r = 4\pi \cdot 0,36 = 4,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1.323. Na horizontalnoj ploči, koja se može okretati oko vertikalne osi, miruje tijelo na udaljenosti 2 m od središta ploče. Ploča se počinje okretati tako da joj brzina postupno raste. Koeficijent trenja između tijela i ploče iznosi 0,25. Odredi kutnu brzinu kojom se mora ploča okretati da bi tijelo upravo počelo kliziti s ploče.

r = 2 m
μ = 0,25
ω = ?



$$F_{CP} = F_{TR}$$

$$m \cdot \omega^2 \cdot r = \mu \cdot m \cdot g$$

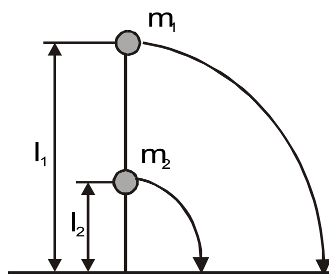
$$\omega = \sqrt{\frac{\mu \cdot g}{r}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 9,81}{2}}$$

$$\omega = 1,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

1.324. Na površini Zemlje učvršćen je pomoću šarke lagani štap duljine l_1 u vertikalnom položaju. Na njemu su učvršćene dvije kugle masa m_1 i m_2. Kugla mase m_1 nalazi se na gornjem kraju štapa, a kugla mase m_2 na udaljenosti l_2 od donjeg kraja štapa. Masu štapa možemo zanemariti u odnosu prema masi kugala. Kolika je brzina kugle mase m_1 kad padne na Zemlju ako je štap počeo padati brzinom 0?

$v_1 = ?$



$$E_{K!} + E_{K2} = E_{P1} + E_{P2}$$

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_1 \cdot v_2^2}{2} = m_1 \cdot g \cdot h_1 + m_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$\omega_1 = \frac{v_1}{l_1} \qquad \omega_2 = \frac{v_2}{l_2}$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$\frac{v_1}{l_1} = \frac{v_2}{l_2} \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{l_2}{l_1}$$

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2}{2} \cdot v_1^2 \cdot \frac{l_2^2}{l_1^2} = m_1 \cdot g \cdot l_1 + m_2 \cdot g \cdot l_2$$

$$v_1^2 \cdot \left(m_1 + m_2 \cdot \frac{l_2^2}{l_1^2} \right) = 2 \cdot g \cdot (m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot (m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2)}{m_1 + m_2 \cdot \frac{l_2^2}{l_1^2}}}$$

1.325. Kotač zamašnjak jednoliko povećava brzinu okretaja te nakon 10 sekundi ima 720 okreta u minuti. Izračunaj kutnu akceleraciju i linearnu akceleraciju točke koja je 1 metar udaljena od središta zamašnjaka.

$t = 10$ s
$f = 720$ okr/min
$r = 1$m
$\alpha = ?$
$a = ?$

$$f = \frac{720}{60} = 12\,\text{Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 12 = 24\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

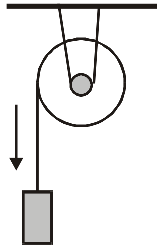
$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{24\pi}{10} = 2{,}4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$v = \omega \cdot r = 24\pi \cdot 1 = 24\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{24\pi}{10} = 2{,}4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7{,}54 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1.326. Oko nepomične koloture polumjera 20 cm namotana je nit na kojoj visi uteg. Uteg najprije miruje, a onda počinje padati akceleracijom 2 cm/s^2 pri čemu se nit odmotava. Nađi kutnu brzinu koloture u času kad je uteg prešao put 100 cm.

r = 20 cm = 0,2 m
a = 2 cm/s^2 = 0,02 m/s^2
s = 100 cm = 1 m
ω = ?



$$s = \frac{a}{2}\cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot 1}{0{,}02}} = 10\,s$$

$$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = a\cdot t$$

$$v = 0{,}02\cdot 10 = 0{,}2\,\frac{m}{s}$$

$$v = \omega\cdot r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$$

$$\omega = \frac{0{,}2}{0{,}2} = 1\frac{rad}{s}$$

1.327. Kotač se vrti stalnom akceleracijom 8 rad/s^2. Koliko okreta učini u 5 sekundi?

α = 8 rad/s^2
t = 5 s
n = ?

$$\alpha = \frac{\omega}{t} \Rightarrow \omega = \alpha\cdot t$$

$$\omega = 8\cdot 5 = 40\frac{rad}{s}$$

$$\omega = 2\cdot\pi\cdot f$$

$$f = \frac{40}{2\cdot\pi} = 6{,}4\,Hz$$

$$n = \frac{f}{2}\cdot t = \frac{6{,}4}{2}\cdot 5$$

$$n = 16 \text{ okreta}$$

1.328. Kotač zamašnjak okreće se brzinom 98 okr/min. Dvije minute pošto je isključen stroj koji ga je pokretao stroj se zaustavio. Izračunaj kojom se kutnom akceleracijom zaustavljao kotač i koliko je okreta učinio za vrijeme zaustavljanja. Pretpostavimo da je zaustavljanje bilo jednoliko usporeno.

f = 98 okr/min
t = 2 min = 120 s
α = ?
n = ?

$$f = \frac{98}{60} = 1{,}6\dot{3}\,Hz$$

$$\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot\pi\cdot 1.6\dot{3}$$

$$\omega = 10{,}26\frac{rad}{s}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{10{,}26}{120} = 0{,}085\frac{rad}{s^2}$$

$$n = \frac{f}{2}\cdot t$$

$$n = \frac{1{,}6\dot{3}}{2}\cdot 120$$

$$n = 98 \text{ okreta}$$

1.329. Na kotač polumjera 0,72 m, momenta tromosti 4,8 kgm^2, djeluje tangencijalno na rub stalna sila 10 N. Nađi: a) kutnu akceleraciju, b) kutnu brzinu na kraju četvrte sekunde, c) broj okreta za vrijeme te četiri sekunde, d) pokaži da je rad koji moramo uložiti u rotaciju kotača jednak kinetičkoj energiji koju kotač ima na kraju četvrte sekunde.

r = 0,72 m
I = 4,8 kgm^2
F = 10 N
t = 4 s
α = ?
ω = ?
n = ?
W = E_K

a)

$$\alpha = \frac{M}{I}$$

$$M = r\cdot F$$

$$\alpha = \frac{r\cdot f}{I}$$

$$\alpha = \frac{0{,}72\cdot 10}{4{,}8}$$

$$\alpha = 1{,}5\,\frac{rad}{s^2}$$

b)

$$\alpha = \frac{\omega}{t} \Rightarrow \omega = \alpha\cdot t$$

$$\omega = 1{,}5\cdot 4$$

$$\omega = 6\,\frac{rad}{s}$$

c)

$$\omega = 2\cdot\pi\cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\cdot\pi}$$

$$f = \frac{6}{2\cdot\pi}$$

$$f = 0{,}95 \text{ Hz}$$

d)

$$W = E_K = \frac{I\cdot\omega^2}{2}$$

$$W = E_K = \frac{4{,}8\cdot 6^2}{2}$$

$$W = E_K = 86{,}4 \text{ J}$$

1.330. Rotor motora ima moment tromosti 6 kgm^2. Koliki stalni moment sile mora djelovati na rotor da bi povećao brzinu rotora od 120 okr/min na 540 okr/min u vremenu 6s?

$I = 6$ kgm^2
$n_1 = 120$ okr/min
$n_2 = 540$ okr/min
$t = 6$ s
$M = ?$

$$f_1 = \frac{n_1}{60} = \frac{120}{60} = 2\,Hz$$
$$f_2 = \frac{n_2}{60} = \frac{540}{60} = 9\,Hz$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4\pi \frac{rad}{s}$$
$$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f_2 = 2 \cdot \pi \cdot 9 = 18\pi \frac{rad}{s}$$
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{6} = \frac{18\pi - 4\pi}{6} = \frac{14}{6}\pi = \frac{7}{3}\pi \quad \frac{rad}{s^2}$$
$$M = \alpha \cdot I$$
$$M = \frac{7}{3}\pi \cdot 6 = 14\pi \ Nm$$

1.331. Kako se mijenja kutna akceleracija kružne ploče na koju djeluje stalni zakretni moment ako pri istoj masi povećamo njezin polumjer dva puta?

$M = M_1 = M_2$
$r_2 = 2r_1$
$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = ?$

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$
$$\alpha = \frac{M}{I}$$

$$\alpha_1 = \frac{M}{I_1} \qquad \alpha_2 = \frac{M}{I_2}$$
$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{m \cdot r_1^2}{2}}{\frac{m \cdot r_2^2}{2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$
$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{r_1^2}{(2 \cdot r_1)^2} = \frac{1}{4}$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha_1$$

Kutna akceleracija postaje 4 puta manja.

1.332. Kružna se ploča, promjera 1,6 m i mase 490 kg, vrti i čini 600 okr/min. Na njezinu oblu površinu pritišće kočnica silom 196 N. Faktor trenja kočnice o ploču jest 0,4. Koliko će okretaja učiniti ploča dok se ne zaustavi?

$d = 1,6$ m $\Rightarrow$ $r = 0,8$ m
$m = 490$ kg
$f = 600$ okr/min $= 10$ Hz
$F_P = 196$ N
$\mu = 0,4$
$n = ?$

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$
$$I = \frac{1}{2} \cdot 490 \cdot 0,8^2$$
$$I = 156,8 \ kgm^2$$

$$M = F_{tr} \cdot r = \mu \cdot F_p \cdot r$$
$$M = 0,4 \cdot 196 \cdot 0,8 = 62,72\,Nm$$

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{62,72}{156,8} = 0,4 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62,83 \ \frac{rad}{s}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{t} \Rightarrow t = \frac{\omega}{\alpha}$$
$$t = \frac{62,83}{0,4} = 157 \ s$$

$$n = \frac{f}{2} \cdot t$$
$$n = \frac{10}{2} \cdot 157$$
$$n = 785 \ okreta$$

1. 333. Homogeni štap dug 1 m, mase 0,5 kg, okreće se u vertikalnoj ravnini oko horizontalne osi koja prolazi sredinom štapa. Koliku će kutnu akceleraciju imati štap ako je zakretni moment $9,8 \times 10^{-2}$ Nm?

$l = 1$ m
$m = 0,5$ kg
$M = 9,8 \times 10^{-2}$
$\alpha = ?$

$$I = \frac{m \cdot l^2}{12} = \frac{0,5 \cdot 1^2}{12} = 0,041\dot{6} \ kgm^2$$
$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{9,8 \cdot 10^{-2}}{0,041\dot{6}} = 2,352 \ \frac{rad}{s^2}$$

1.334. Valjak mase 100 kg, polumjera 0,1 m, okreće se oko svoje osi. Koliki mora biti zakretni moment da bi se valjak vrtio kutnom akceleracijom 2 rad/s^2?

m = 100 kg
r = 0,1 m
α = 2 rad/s^2
M = ?

$$I = \frac{m \cdot r^2}{2}$$
$$I = \frac{100 \cdot 0{,}1^2}{2}$$
$$I = 0{,}5 \ kgm^2$$

$$M = \alpha \cdot I$$
$$M = 2 \cdot 0{,}5$$
$$M = 1 \ Nm$$

1.335. Zamašnjak ima oblik kružne ploče, masu 50 kg i polumjer 0,2 m. Zavrtjeli smo ga do brzine 480 okr/min i zatim prepustili samome sebi. Pod utjecajem trenja on se zaustavio. Koliki je moment sile trenja ako pretpostavimo da je trenje stalno i ako se zamašnjak zaustavio nakon 50 sekundi?

m = 50 kg
r = 0,2 m
f = 480 okr/min
t = 50 s
M_{tr} = ?

$$I = \frac{m \cdot r^2}{2}$$
$$I = \frac{50 \cdot 0{,}2^2}{2}$$
$$I = 1 \ kgm^2$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{480}{60}$$
$$\omega = 50{,}26 \ \frac{rad}{s}$$

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
$$\alpha = \frac{50{,}26}{50}$$
$$\alpha = 1 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$M = \alpha \cdot I$$
$$M = 1 \cdot 1$$
$$M = 1 \ Nm$$

1.336. Na zamašnjak polumjera 1m djeluje zakretni moment 392 Nm. Koliku masu mora imati zamašnjak da bi uz zadani moment dobio kutnu akceleraciju 0,4 rad/s^2? Masa zamašnjaka raspoređena je po njegovu obodu.

r = 1m
M = 392 Nm
α = 0,4 rad/s^2
m = ?

$$M = \alpha \cdot I \Rightarrow I = \frac{M}{\alpha}$$
$$I = \frac{392}{0{,}4} = 980 \ kgm^2$$

$$I = m \cdot r^2 \Rightarrow m = \frac{I}{r^2}$$
$$m = \frac{980}{1^2}$$
$$m = 980 \ kg$$

1.337. Koliki je moment tromosti Zemljine kugle ako uzmemo da su srednji polumjer Zemlje 6400 km i srednja gustoća 5,5 × 10^3 kg/m^3?

r = 6400 km = 6,4 × 10^6 m
ρ = 5,5 × 10^3 kg/m^3
I = ?

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$
$$V = \frac{4}{3} \cdot \left(6{,}4 \cdot 10^6\right)^3 \cdot \pi$$
$$V = 1{,}098 \cdot 10^{21} \ m^3$$

$$m = \rho \cdot V$$
$$m = 5{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}098 \cdot 10^{21}$$
$$m = 6{,}04 \cdot 10^{24} \ kg$$

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$$
$$I = \frac{2}{5} \cdot 6{,}04 \cdot 10^{24} \cdot \left(6{,}4 \cdot 10^6\right)^2$$
$$I = 9{,}9 \cdot 10^{37} \ kgm^2$$

1.338. Na učvršćenu koloturu polumjera 0,5 m omotana je nit na kraju koje je učvršćen uteg mase 10 kg. Nađi moment tromosti koloture ako uteg pada akceleracijom 2,04 m/s^2.

r = 0,5 m
m = 10 kg
a = 2,04 m/s^2
I = ?

$$M = r \cdot F$$
$$M = r \cdot m \cdot g$$
$$M = 0{,}5 \cdot 10 \cdot 9{,}81$$
$$M = 49{,}05 \, Nm$$

$$a = r \cdot \alpha$$
$$\alpha = \frac{a}{r}$$
$$\alpha = \frac{2{,}04}{0{,}5}$$
$$\alpha = 4{,}08 \ \frac{rad}{s^2}$$

$$M = \alpha \cdot I$$
$$I = \frac{M}{\alpha}$$
$$I = \frac{49.05}{4{,}08}$$
$$I = 12{,}02 \, kgm^2$$

1.339. Moment tromosti kotača promjera 0,2 m jednak je 192,08 Nms^2. Na kotač djeluje stalan zakretni moment 96,04 Nm. Nađi kutni brzinu, kutnu akceleraciju i linijsku brzinu točke na obodu kotača nakon 30 sekundi. Početna je brzina kotača 0.

$d = 0{,}2\,m \Rightarrow r = 0{,}1\,m$

$I = 192{,}08\,Nms^2$

$M = 96{,}04\,Nm$

$v_0 = 0\,\frac{m}{s}$

$t = 30\,s$

$\omega, \alpha, v = ?$

$\alpha = \frac{M}{I}$

$\alpha = \frac{96{,}04}{192{,}08}$

$\alpha = 0{,}5\,\frac{rad}{s^2}$

$\omega = \alpha \cdot t$

$\omega = 0{,}5 \cdot 30$

$\omega = 15\,\frac{rad}{s}$

$v = r \cdot \omega$

$v = 0{,}1 \cdot 15$

$v = 1{,}5\,\frac{m}{s}$

1.340. Željezna valjkasta osovina polumjera 0,15 m, duljine 2m, vrti se 300 okr/min. Nađi moment tromosti i kinetičku energiju osovine.

r = 0,15 m
ρ = 7900 kg/m^3
l = 2 m
n = 300 okr/min
I = ?, E_K = ?

$m = \rho \cdot V$

$m = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot l$

$m = 7900 \cdot 0{,}15^2 \cdot \pi \cdot 2$

$m = 1116{,}8\,kg$

$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$

$I = \frac{1}{2} \cdot 1116{,}8 \cdot 0{,}15^2$

$I = 12{,}56\,kgm^2$

$f = \frac{n}{60}$

$f = \frac{300}{60}$

$f = 5\,Hz$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 5$

$\omega = 31{,}4\,\frac{rad}{s}$

$E = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$

$E = \frac{12{,}56 \cdot 3{,}14^2}{2}$

$E = 6192\,J$

1.341. Bakrena kugla polumjera 10 cm vrti se oko osi koja prolazi središtem te učini dva ophoda u sekundi. Koliki rad treba utrošiti da bismo joj kutnu brzinu podvostručili?

r = 10 cm
ρ = 8900 kg/m^3
f = 2 Hz
$\omega_2 = 2\omega_1$
$W = \Delta E$ = ?

$m = \rho \cdot V$

$m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

$m = 8900 \cdot \frac{4}{3} \cdot 0.1^3 \cdot \pi$

$m = 37{,}28\,kg$

$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$

$I = \frac{2}{5} \cdot 37{,}28 \cdot 0{,}1^2$

$I = 0{,}149\,kgm^2$

$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f$

$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2$

$\omega_1 = 12{,}56\,\frac{rad}{s}$

$\omega_2 = 2 \cdot \omega_1$

$\omega_2 = 2 \cdot 12{,}56$

$\omega_2 = 25{,}13\,\frac{rad}{s}$

$E_1 = \frac{I \cdot \omega_1^2}{2}$

$E_1 = \frac{0{,}149 \cdot 12{,}56^2}{2}$

$E_1 = 11{,}75\,J$

$E_2 = \frac{I \cdot \omega_2^2}{2}$

$E_2 = \frac{0{,}149 \cdot 25{,}13^2}{2}$

$E_2 = 47{,}06\,J$

$W = \Delta E = E_2 - E_1$

$W = 47{,}06 - 11{,}75$

$W = 35{,}3\,J$

1.342. Tane mase 360 kg giba se brzinom 800 m/s i vrti 5250 okr/min. Odredi koji dio ukupne energije gibanja čini energija rotacije. Moment tromosti iznosi 4,9 kgm^2.

m = 360 kg
v = 800 m/s
n = 5250 okr/min
I = 4,9 kgm^2
E_R/E_{UK} = ?

$$f = \frac{n}{60}$$
$$f = \frac{5250}{60} = 87{,}5\,\text{Hz}$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 87{,}5$$
$$\omega = 549{,}78\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E_K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$
$$E_K = \frac{360 \cdot 800^2}{2}$$
$$E_K = 115200000\,\text{J}$$
$$E_R = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$
$$E_R = \frac{4{,}9 \cdot 549{,}78^2}{2}$$
$$E_R = 740528\,\text{J}$$

$$E_{UK} = E_K + E_R$$
$$E_{UK} = 115200000 + 740528$$
$$E_{UK} = 115940528\,\text{J}$$

$$\frac{E_R}{E_{UK}} = \frac{740528}{115940528} = 0{,}0064$$
$$\frac{E_R}{E_{UK}} = 0{,}64\%$$

1.343. Obruč i puni valjak imaju jednaku masu 2 kg i koturaju se jednakom brzinom 5 m/s. Nađi kinetičke energije obaju tijela.

$m_1 = m_2 = 2$ kg
$v_1 = v_2 = 5$ m/s
E_{K1}, E_{K2} = ?

$$E_{K1} = \frac{I_1 \cdot \omega_1^2}{2} + \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2}$$
$$E_{K1} = \frac{m_1 \cdot r_1^2 \cdot \frac{v_1^2}{r_1^2}}{2} + \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2}$$
$$E_{K1} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2}$$
$$E_{K1} = m_1 \cdot v_1^2$$
$$E_{K1} = 2 \cdot 5^2$$
$$E_{K1} = 50\,\text{J}$$

$$E_{K2} = \frac{I_2 \cdot \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$$
$$E_{K2} = \frac{\frac{m_2 \cdot r_2^2}{2} \cdot \frac{v_2^2}{r_2^2}}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$$
$$E_{K2} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{4} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$$
$$E_{K2} = \frac{3}{4} \cdot m_2 \cdot v_2^2$$
$$E_{K2} = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 5^2$$
$$E_{K2} = 37{,}5\,\text{J}$$

1.344. Izračunaj kinetičku energiju valjka promjera 0,3 m, koji se vrti oko svoje osi, ako mu je masa 2 × 10^3 kg i učini 200 ophoda u minuti.

$$d = 0{,}3\,\text{m} \Rightarrow r = 0{,}15\,\text{m}$$
$$m = 2 \cdot 10^3\,\text{kg}$$
$$n = 200\,\frac{\text{okr}}{\text{min}} \Rightarrow f = \frac{n}{60} = \frac{200}{60} = 3{,}33\,\text{Hz}$$
$$E_K = ?$$

$$I = \frac{m \cdot r_2^2}{2}$$
$$I = \frac{2000 \cdot 0{,}15^2}{2}$$
$$I = 22{,}5\,\text{kgm}^2$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}33$$
$$\omega = 21\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E_K = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$
$$E_K = \frac{22{,}5 \cdot 21^2}{2}$$
$$E_K = 4961{,}25\,\text{J}$$

1.345. Kružna ploča polumjera 1m i mase 196 kg kotrlja se po horizontalnoj površini, pri čemu je brzina njezine osi 4 m/s. Nađi ukupnu energiju gibanja ploče.

r = 1 m
m = 196 kg
v = 4 m/s
E_{UK} = ?

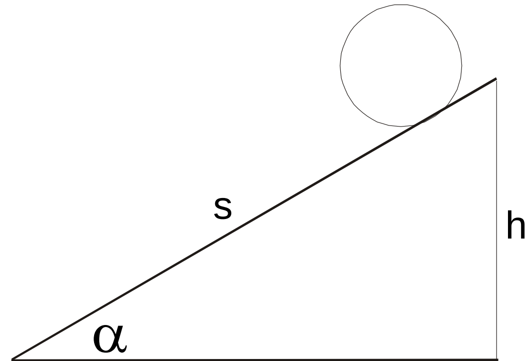
$$I = \frac{m \cdot r^2}{2}$$
$$I = \frac{196 \cdot 1^2}{2}$$
$$I = 98\,\text{kgm}^2$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$
$$\omega = \frac{4}{1}$$
$$\omega = 4\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E_{UK} = E_R + E_K$$
$$E_{UK} = \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}$$
$$E_{UK} = \frac{98 \cdot 4^2}{2} + \frac{196 \cdot 4^2}{2}$$
$$E_{UK} = 2352\,\text{J}$$

1.346. Niz kosinu kotrljaju se kugla, valjak i obruč. a) Nađi linijsko ubrzanje središta tih tijela.

b) Kolika je akceleracija ako se tijela skližu niz kosinu bez trenja? Kut nagiba kosine je 30^0, a početna brzina tijela 0 ($g = 10\ m/s^2$).



a) kotrljanje niz kosinu:

$\alpha = 30^0$
$g = 10\ m/s^2$

$$E_P = E_K + E_R$$
$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$
$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin\alpha = \frac{m \cdot 2 \cdot a \cdot s}{2} + \frac{I \cdot \frac{v^2}{r^2}}{2}$$
$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin\alpha = m \cdot a \cdot s + \frac{I \cdot \frac{2 \cdot a \cdot s}{r^2}}{2}$$
$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin\alpha = m \cdot a \cdot s + \frac{I \cdot 2 \cdot a \cdot s}{2 \cdot r^2}$$
$$m \cdot g \cdot \sin\alpha = a \cdot \left(m + \frac{I}{r^2}\right)$$
$$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{m + \frac{I}{r^2}}$$

1.) $$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{m + \frac{\frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2}{r^2}} = \frac{g \cdot \sin\alpha}{1 + \frac{2}{5}} = \frac{10 \cdot \sin 30^0}{\frac{7}{5}} = 3{,}5\ \frac{m}{s^2}$$

2.) $$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{m + \frac{\frac{m \cdot r^2}{2}}{r^2}} = \frac{g \cdot \sin\alpha}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{10 \cdot \sin 30^0}{\frac{3}{2}} = 3{,}3\ \frac{m}{s^2}$$

3.) $$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{m + \frac{m \cdot r^2}{r^2}} = \frac{g \cdot \sin\alpha}{1 + 1} = \frac{10 \cdot \sin 30^0}{2} = 2{,}5\ \frac{m}{s^2}$$

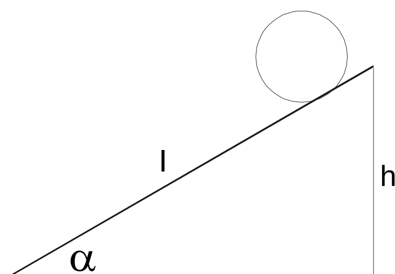
b) klizanje niz kosinu:

$$E_P = E_K$$
$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$
$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin\alpha = \frac{m \cdot 2 \cdot a \cdot s}{2}$$
$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin\alpha = m \cdot a \cdot s$$
$$a = g \cdot \sin\alpha$$

za sva tri tijela vrijedi:

$$a = 10 \cdot \sin 30^0$$
$$a = 5\ \frac{m}{s^2}$$

1.347. Kugla se kotrlja niz kosinu nagiba 30^0. Odredi vrijeme gibanja kugle ako se njezino središte spustilo za 20 cm. Trenje se može zanemariti.



$$E_P = E_K + E_R$$

$\alpha = 30^0$
h = 20 cm
t = ?

$$\frac{4 \cdot l^2}{t^2} = \frac{10}{7} \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha$$

$$l = \frac{5}{14} \cdot t^2 \cdot g \cdot \sin\alpha$$

$$\frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{5}{14} \cdot t^2 \cdot g \cdot \sin\alpha$$

$$a = \frac{5}{7} \cdot g \cdot \sin\alpha$$

$$a = \frac{5}{7} \cdot 9{,}81 \cdot \sin 30^0$$

$$a = 3{,}5 \, \frac{m}{s^2}$$

$$E_P = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{\omega^2 \cdot I}{2}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{\frac{v^2}{r^2} \cdot \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2}{2}$$

$$g \cdot h = \frac{7}{10} \cdot v^2$$

$$v^2 = \frac{10}{7} \cdot g \cdot h$$

$$h = l \cdot \sin\alpha$$

$$v = a \cdot t, \quad l = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot l}{t}$$

$$h = l \cdot \sin\alpha \Rightarrow l = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$l = \frac{0{,}2}{\sin 30^0}$$

$$l = 0{,}4 \, m$$

$$l = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot l}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}4}{3{,}5}}$$

$$t = 0{,}47 \, s$$

1.348. Čovjek stoji na rubu horizontalne kružne ploče koja se jednoliko okreće oko svoje osi zbog ustrajnosti. Masa ploče je m_1 = 100 kg, masa čovjeka m_2 = 60 kg, a frekvencija vrtnje 10 okr/min. Kolikom će se brzinom početi okretati ploča ako čovjek s ruba ploče prijeđe u njezino središte?

m_P = 100 kg
$m_Č$ = 60 kg
n = 10 okr/min
ω_2 = ?

$$f = \frac{n}{60}$$

$$f = \frac{10}{60} = 0{,}16 \, Hz$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}16$$

$$\omega_1 = 1 \, \frac{rad}{s}$$

$$L_1 = L_2$$

$$(I_Č + I_P) \cdot \omega_1 = (I_Č + I_P) \cdot \omega_2$$

$$\left(m_Č \cdot r^2 + \frac{m_P \cdot r^2}{2} \right) \cdot \omega_1 = \left(m_Č \cdot 0 + \frac{m_P \cdot r^2}{2} \right) \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{m_Č \cdot r^2 + \frac{m_P \cdot r^2}{2}}{\frac{m_P \cdot r^2}{2}} \cdot \omega_1$$

$$\omega_2 = \frac{m_Č + \frac{m_P}{2}}{\frac{m_P}{2}} \cdot \omega_1$$

$$\omega_2 = \frac{60 + 50}{50} \cdot 1$$

$$\omega_2 = 2{,}2 \, \frac{rad}{s}$$

1.349. Čovjek stoji u središtu kružne ploče koja se zbog ustrajnosti jednoliko vrti brzinom 0,5 okr/s. Moment tromosti čovjeka s obzirom na os vrtnje jest 2,45 Nms^2. On ima raširene ruke i u svakoj drži uteg mase 2kg. Utezi su međusobno udaljeni1,6 m. Kojom brzinom će se okretati ploča ako čovjek spusti ruke tako da su utezi udaljeni samo 0,6 m? Moment ploče može se zanemariti.

$$\omega_1 = 0,5\ \frac{okr}{s}$$
$$I_Č = 2,45\ Nms^2$$
$$m_1 = m_2 = 2\ kg \Rightarrow m = 4\ kg$$
$$d_1 = 1,6\ m \Rightarrow r_1 = 0,8\ m$$
$$d_2 = 0,6\ m \Rightarrow r_2 = 0,3\ m$$
$$\omega_2 = ?$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$
$$(I_Č + I_U) \cdot \omega_1 = (I_Č + I_U) \cdot \omega_2$$
$$(I_Č + m \cdot r_1^2) \cdot \omega_1 = (I_Č + m \cdot r_2^2) \cdot \omega_2$$
$$\omega_2 = \frac{(I_Č + m \cdot r_1^2)}{I_Č + m \cdot r_2^2} \cdot \omega_1$$
$$\omega_2 = \frac{2,45 + 4 \cdot 0,8^2}{2,45 + 4 \cdot 0,3^2} \cdot 0,5$$
$$\omega_2 = 0,89\ \frac{okr}{s}$$

1.350. Kružna ploča polumjera 1 m, mase 200 kg, vrti se oko svoje osi zbog ustrajnosti frekvencijom okr/s. Na rubu ploče stoji čovjek mase 50 kg. Kolikom će se brzinom okretati ploča ako čovjek s ruba ode na pola metra bliže središtu?

$r_1 = 1$ m
$m_P = 200$ kg
$\omega_1 = 1$ okr/s
$m_Č = 50$ kg
$r_2 = 0,5$ m
$\omega_2 = ?$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$
$$(I_Č + I_P) \cdot \omega_1 = (I_Č + I_P) \cdot \omega_2$$
$$(m_Č \cdot r_1^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}) \cdot \omega_1 = (m_Č \cdot r_2^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}) \cdot \omega_2$$
$$\omega_2 = \frac{m_Č \cdot r_1^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}}{m_Č \cdot r_2^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}} \cdot \omega_1$$
$$\omega_2 = \frac{50 \cdot 1^2 + \frac{200 \cdot 1^2}{2}}{50 \cdot 0,5^2 + \frac{200 \cdot 1^2}{2}} \cdot 1$$
$$\omega_2 = 1,3\ \frac{okr}{s}$$

13. AKCELERIRANI SUSTAVI (1.351. - 1. 374.)

1.351. Na niti visi uteg mase 2 kg. Nađi kolika je napetost niti: a) ako se nit s utegom diže akceleracijom 2 m/s^2, b) ako nit s utegom pada akceleracijom 2 m/s^2 (g = 10 m/s^2).

m = 2kg
a = 2 m/s^2
N = ?

$$N = G + m \cdot a$$
$$N = m \cdot g + m \cdot a$$
a) $N = m \cdot (g + a)$
$$N = 2 \cdot (10 + 2)$$
$$N = 24\ [N]$$

$$N = G - m \cdot a$$
$$N = m \cdot g - m \cdot a$$
b) $N = m \cdot (g - a)$
$$N = 2 \cdot (10 - 2)$$
$$N = 16\ [N]$$

1.352. Čelična žica određene debljine izdrži napetost do 2000 N. Kojim najvećim ubrzanjem možemo tom žicom dizati uteg mase 150 kg (g = 10 m/s^2).

N = 2000 N
m = 150 kg
g = 10 m/s^2
a = ?

$$N = G + F$$
$$N = m \cdot g + m \cdot a$$
$$a = \frac{N - m \cdot g}{m}$$
$$a = \frac{2000 - 150 \cdot 10}{150}$$
$$a = 3{,}33\,\frac{m}{s^2}$$

1.353. Odredi silu kojom čovjek mase 70 kg pritišće na pod dizala kad ono: a) miruje, b) podiže se stalnom brzinom, c) podiže se stalnom akceleracijom 1,2 m/s^2, d) spušta se stalnom akceleracijom 1,2 m/s^2 (g = 10 m/s^2).

m = 70 kg
a = 1,2 m/s^2
g = 10 m/s^2
F = ?

a) i b)
$$F = m \cdot g$$
$$F = 70 \cdot 10$$
$$F = 700\,N$$

c)
$$F = G + m \cdot a$$
$$F = m \cdot g + m \cdot a$$
$$F = m \cdot (g + a)$$
$$F = 70 \cdot (10 + 1{,}2)$$
$$F = 784\,N$$

d)
$$F = G - m \cdot a$$
$$F = m \cdot g - m \cdot a$$
$$F = m \cdot (g - a)$$
$$F = 70 \cdot (10 - 1{,}2)$$
$$F = 616\,N$$

1.354. Na nit je obješen uteg. Ako objesište niti podižemo akceleracijom a_1 = 2 m/s^2, napetost niti je dva puta manja od napetosti pri kojoj bi nit pukla. Kolikom akceleracijom moramo podizati objesište niti s utegom da nit pukne?

a_1 = 2 m/s^2
$$N_1 = \frac{N_2}{2}$$
a_2 = ?

$$N_1 = G + F_1$$
$$N_1 = m \cdot g + m \cdot a_1$$
$$N_1 = m \cdot (g + a_1)$$
$$N_1 = 2 \cdot (9{,}81 + 2)$$
$$N_1 = m \cdot 11{,}81$$

$$N_2 = N_1 \cdot 2$$
$$N_2 = m \cdot 11{,}81 \cdot 2$$
$$N_2 = m \cdot 23{,}62$$

$$N_2 = G + F_2$$
$$N_2 = m \cdot g + m \cdot a_2$$
$$a_2 = \frac{N_2 - m \cdot g}{m}$$
$$a_2 = \frac{m \cdot 23{,}62 - m \cdot 9{,}81}{m}$$
$$a_2 = 13{,}81\,\frac{m}{s^2}$$

1.355. Kugla mase 8 kg obješena je na kraju niti. Nađi akceleraciju kugle ako je napetost niti: a) 80 N, b) 40 N (g = 10 m/s^2).

a)

b)

m = 8 kg
g = 10 m/s^2
a) N = 80 N
b) N = 40 N
a_1, a_2 = ?

$$N = F + G \qquad N = F + G$$
$$F = N - G \qquad F = N - G$$
$$F = N - m \cdot g \qquad F = N - m \cdot g$$
$$F = 80 - 8 \cdot 10 \qquad F = 40 - 8 \cdot 10$$
$$F = 0\,[N] \qquad F = -40\,[N]$$
$$F = m \cdot a_1 \qquad F = m \cdot a_2$$
$$a_1 = \frac{F}{m} \qquad a_2 = \frac{F}{m}$$
$$a_1 = \frac{0}{8} \qquad a_2 = \frac{-40}{8}$$
$$a_1 = 0\,\frac{m}{s^2} \qquad a_2 = -5\,\frac{m}{s^2}$$

kugla se giba prema dolje

1.356. Dizalo s putnicima ima masu 800 kg. Odredi u kojem se smjeru giba dizalo i kolikom akceleracijom ako je napetost užeta: a) 12000 N, b) 6000 N g = 10 m/s^2.

m = 800 kg
a) N = 12000 N
b) N = 6000 N
g = 10 m/s^2
a_1, a_2 = ?

$$N = F + G$$
$$F = N - G$$
$$F = N - m \cdot g$$
$$m \cdot a = N - m \cdot g$$
$$a = \frac{N - m \cdot g}{m}$$

a)
$$a_1 = \frac{12000 - 800 \cdot 10}{800}$$
$$a_1 = \frac{4000}{800}$$
$$a_1 = 5\,\frac{m}{s^2}$$
dizalo se giba prema gore

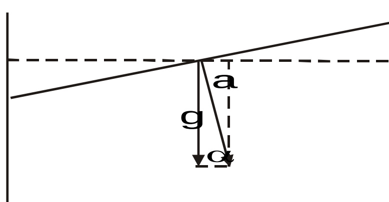
b)
$$a_1 = \frac{6000 - 800 \cdot 10}{800}$$
$$a_1 = \frac{-2000}{800}$$
$$a_1 = -2{,}5\,\frac{m}{s^2}$$
dizalo se giba prema dolje

1.357. Autobus se giba horizontalnom cestom po pravcu. a) Po podu autobusa gurnuli smo kuglicu u smjeru okomitome na duljinu autobusa. Staza kuglice je pravac koji leži u istom smjeru u kojemu smo gurnuli kuglicu. b) Poslije smo gurnuli kuglicu kao i prije, ali se ona tog puta kotrljala stazom oblika parabole koja je udubljenom stranom okrenuta prema prednjem dijelu autobusa. Kako se autobus kretao u prvome, a kako u drugom slučaju?

a) Autobus se giba jednoliko prema naprijed.
b) Autobus se giba jednoliko usporeno, ili se giba unatrag jednoliko ubrzano.

1.358. Koji kut s horizontalom zatvara površina bazena u spremniku auta koji se giba horizontalno stalnom akceleracijom 2,44 m/s^2.

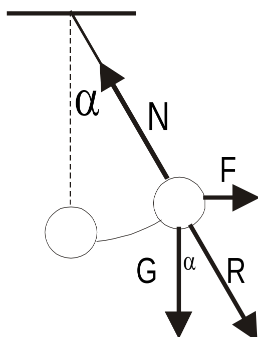
a = 2,44 m/s^2
α = ?



$$\sin\alpha = \frac{a}{g}$$
$$\sin\alpha = \frac{2{,}44}{9{,}81}$$
$$\alpha = 14{,}4^0$$

1.359. Vagon vlaka usporava se jednoliko te za 3 sekunde smanji brzinu 18 km/h na 6 km/h. Za koliko će se pritom iz vertikalnog položaja otkloniti kuglica koja sa stropa visi na niti?

t = 3 s
v_1 = 18 km/h = 5 m/s
v_2 = 6 km/h =1,67 m/s
α = ?

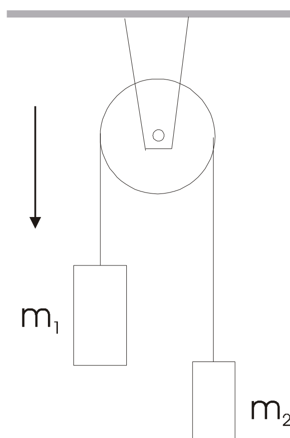


$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$
$$a = \frac{1{,}67 - 5}{3}$$
$$a = -1{,}11 \frac{m}{s^2}$$

$$tg\,\alpha = \frac{F}{G}$$
$$tg\,\alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g}$$
$$tg\,\alpha = \frac{a}{g}$$
$$tg\,\alpha = \frac{1{,}11}{9{,}81}$$
$$\alpha = 6{,}46^0$$

1.360. Dva utega mase 5 kg i 3 kg spaja nit koja je prebačena preko nepomične koloture. Kolika je napetost niti kada se utezi gibaju u polju sile teže? Trenje zanemarimo.

m_1 = 5 kg
m_2 = 3 kg
N = ?

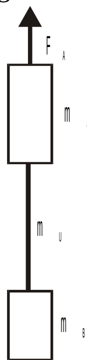


$$F = G_1 - G_2$$
$$(m_1 + m_2) \cdot a = m_1 \cdot g - m_2 \cdot g$$
$$a = \frac{(m_1 - m_2) \cdot g}{m_1 + m_2}$$
$$a = \frac{(5-3) \cdot 9{,}81}{5+3}$$
$$a = 2{,}45 \frac{m}{s^2}$$

$$N = m_1 \cdot g - m_1 \cdot a$$
$$N = 5 \cdot 9{,}81 - 5 \cdot 2{,}45$$
$$N = 49{,}05 - 12{,}25$$
$$N = 36{,}8\,[N]$$

1.361. S tijela A mase 7 kg visi pričvršćeno uže i na njemu drugo tijelo B mase 5 kg. Masa užeta je 4 kg. Na tijelo A djeluje prema gore sila 188,8 N. a) Kolika je akceleracija tog sustava? b) Kolika je napetost užeta na njegovu gornjem kraju? c) Klika je napetost užeta na polovici njegove duljine?

m_A = 7 kg
m_B = 5 kg
m_U = 4 kg
F_A = 188,8 N
a) a = ?
b) N_1 = ?
c) N_2 = ?



a)
$$(m_A + m_B + m_U) \cdot a = F - G_A - G_B - G_U$$
$$a = \frac{F - (m_A + m_B + m_U) \cdot g}{m_A + m_B + m_U}$$
$$a = \frac{188{,}8 - (7+5+4) \cdot 9{,}81}{7+5+4}$$
$$a = 1{,}94 \frac{m}{s^2}$$

b)
$$N = G_B + G_U + (m_B + m_U) \cdot a$$
$$N = (m_B + m_U) \cdot g + (m_B + m_U) \cdot a$$
$$N = (m_B + m_U) \cdot (g + a)$$
$$N = (5+4) \cdot (9{,}81 + 1{,}94)$$
$$N = 105{,}75\,[N]$$

c)
$$N = G_B + \frac{G_U}{2} + (m_B + \frac{m_U}{2}) \cdot a$$
$$N = (m_B + \frac{m_U}{2}) \cdot g + (m_B + \frac{m_U}{2}) \cdot a$$
$$N = (m_B + \frac{m_U}{2}) \cdot (g + a)$$
$$N = (5 + \frac{4}{2}) \cdot (9{,}81 + 1{,}94)$$
$$N = 82{,}25\,[N]$$

1.362. U kabini dizalice visi njihalo. Kada kabina miruje, period njihala jednak je T = 1 s. Kad se kabina kreće stalnom akceleracijom a, period mu je T_1 = 1,2 s. Odredi smjer i veličinu akceleracije a kabine. b) Što se može reći o smjeru gibanja kabine?

T = 1 s
T_1 = 1,2 s
a = ?

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{T^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2}$$

$$l = \frac{1^2 \cdot 9{,}81}{4 \cdot \pi^2}$$

$$l = 0{,}248\,\text{m}$$

$$T_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g - a}}$$

$$a = g - \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T_1^2}$$

$$a = 9{,}81 - \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}248}{1{,}2^2}$$

$$a = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

kabina se giba prema dolje

1.363. U visinskoj raketi smješteni su sat s njihalom koje možemo smatrati matematičkim i sat na pero. Raketa se diže vertikalno u vis ubrzanjem a = 10g. Na visini 50 km isključi se motor i raketa se nastavlja kretati po inerciji. Koje će vrijeme pokazati svaki od satova kad raketa stigne na najveću visinu? Otpor zraka i promjenu sile teže visinom treba zanemariti.

a = 10 g
h = 50000 m
t_1, t_2 = ?

sat na pero:

$$h = \frac{a}{2} \cdot t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 50000}{10 \cdot 10}}$$

$$t_1 = 31{,}62\,\text{s}$$

s isključenim motorom:

$$v = a \cdot t_1$$

$$v = 10 \cdot g \cdot t_1$$

$$v = 3162\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_1' = \frac{v}{g} = \frac{3162}{10}$$

$$t_1' = 316{,}2\,\text{s}$$

ukupno vrijeme:

t_1 = 31,62 + 316,2

t_1 = 348,2 s

sat s njihalom:

$$t_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

$$t_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g + a}}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{\frac{l}{g}}{\frac{l}{11 \cdot g}}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{11}$$

$$t_2 = \sqrt{11} \cdot t_1$$

$$t_2 = \sqrt{11} \cdot 31{,}62$$

$$t_2 = 104{,}87\,\text{s}$$

1.364. Astronauti se privikavaju na velike akceleracije u specijalnim centrifugama. a) S koliko okretaja u sekundi mora raditi takva centrifuga da bi njezina akceleracija bila 12 g. Polumjer okretaja je 7 m. b) Koliko će biti težak astronaut pri toj akceleraciji ako mu je masa 70 kg?

r = 7 m
a = 12 g
m = 70 kg
f = ?, G = ?

a)

$$F_{CP} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$m \cdot a_{CP} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$a_{CP} = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{a_{CP} \cdot r}$$

$$v = \sqrt{12 \cdot g \cdot 7}$$

$$v = \sqrt{12 \cdot 10 \cdot 7}$$

$$v = 28{,}9\,\frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{28{,}9}{7} = 4{,}13\,\frac{rad}{s}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$f = \frac{4{,}13}{2 \cdot \pi} = 0{,}657\,Hz$$

b)

$$G = m \cdot g + m \cdot a$$

$$G = m \cdot (g + a)$$

$$G = m \cdot (g + 12g)$$

$$G = m \cdot 13 \cdot g$$

$$G = 70 \cdot 13 \cdot 10$$

$$G = 9100\,N$$

$$m = 910\,kg$$

1.365. Uže dugo 5 m promjera 2 mm drži predmet koji je toliko težak da uže tek što nije puklo. Kad se predmet počne njihati, uže će puknuti. a) Zašto? b) Koliki bi trebao biti promjer užeta od istog materijala da uže ne bi puklo ako predmet prolazeći položajem ravnoteže ima brzinu 7 m/s?

r = 5 m
d_1 = 2 mm
v = 7 m/s
d_2 = ?

a)

Uže će puknuti jer će se dodatno pojaviti još jedna sila, tj. centripetalna sila.

$$N = G + F_{CP}$$

$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{r}$$

b)

$$N = G + F_{CP}$$

$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$N = m \cdot \left(g + \frac{v^2}{r}\right)$$

$$N = m \cdot \left(9{,}8 + \frac{7^2}{5}\right)$$

$$N = m \cdot 19.6$$

$$N = 2 \cdot m \cdot g$$

$$N = 2 \cdot G$$

$$S_2 = 2 \cdot S_1$$

$$S_2 = 2 \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$S_2 = 2 \cdot \frac{2^2 \cdot \pi}{3{,}14}$$

$$S_2 = 6{,}28\,mm^2$$

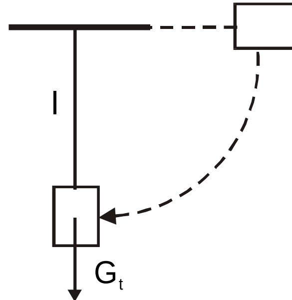
$$S_2 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot S_2}{\pi}}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 6{,}28}{\pi}}$$

$$d_2 = 2{,}8\,mm$$

1.366. Na konopcu duljine l visi uteg težine G_t. Premjestimo konopac u horizontalan položaj i ispustimo ga. Kolika je napetost niti kad uteg opet prođe vertikalnim položajem?



$$N = G_t + F_{CP}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{l}$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot l$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot 2 \cdot g \cdot l}{l}$$
$$N = 3 \cdot m \cdot g$$
$$N = 3 \cdot G_t$$

1.367. Kamen privezan na niti dugoj 50 cm kruži jednoliko u vertikalnoj ravnini. Pri kolikom će periodu nit puknuti ako se zna da nit izdrži napetost koja je jednaka deseterostrukoj težini kamena.

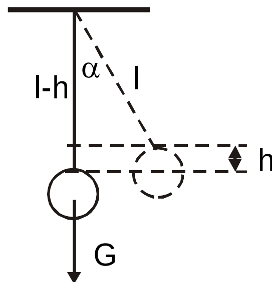
l = 50 cm = 0,5 m
N = 10 G
T = ?

$$F_{CP} = N$$
$$\frac{m \cdot v^2}{l} = 10 \cdot m \cdot g$$
$$v^2 = 10 \cdot g \cdot l$$
$$v = \sqrt{10 \cdot g \cdot l}$$
$$v = \sqrt{10 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5}$$
$$v = 7\,\frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{v}{l} = \frac{7}{0{,}5} = 14\,\frac{rad}{s}$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$
$$f = \frac{14}{2 \cdot \pi} = 2{,}228\,Hz$$
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}228}$$
$$T = 0{,}45\,s$$

1.368. Uteg mase 1 kg visi na niti koju smo iz vertikalnog položaja otklonili za kut $\alpha = 30^0$. Nađi napetost niti kad smo uteg ispustili te on prolazi položajem ravnoteže.

m = 1 kg
$\alpha = 30^0$
N = ?

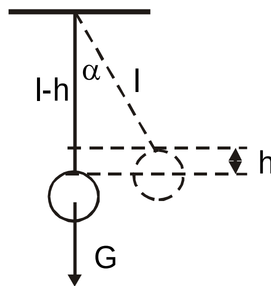


$$\cos\alpha = \frac{l - h}{l}$$
$$l \cdot \cos\alpha = l - h$$
$$h = l - l \cdot \cos\alpha$$
$$h = l \cdot (1 - \cos\alpha)$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)$$

$$N = G + F_{CP}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{l}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot 2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)}{l}$$
$$N = m \cdot g + 2 \cdot m \cdot g \cdot (1 - \cos\alpha)$$
$$N = m \cdot g \cdot (3 - 2 \cdot \cos\alpha)$$
$$N = 1 \cdot 9{,}81 \cdot (3 - 2 \cdot \cos 30^0)$$
$$N = 12{,}44\,[N]$$

1.369. Čelična žica podnese najveći teret 300 kg. Na žici visi uteg mase 150 kg. Do kojega najvećeg kuta možemo otkloniti uteg na žici da bi izdržala ($g = 10\ m/s^2$).

$m_{maks} = 300\,kg \Rightarrow N_{maks} = 3000\,[N]$
$m = 150\,kg$
$g = 10\,\frac{m}{s^2}$
$\alpha_{maks} = ?$

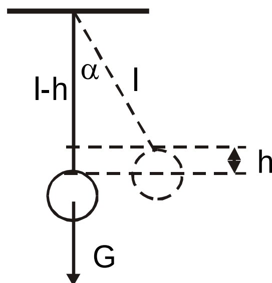


$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l}$$
$$l \cdot \cos\alpha = l - h$$
$$h = l - l \cdot \cos\alpha$$
$$h = l \cdot (1-\cos\alpha)$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot l \cdot (1-\cos\alpha)$$

$$N = G + F_{CP}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{l}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot 2 \cdot g \cdot l \cdot (1-\cos\alpha)}{l}$$
$$\cos\alpha = \frac{3 \cdot m \cdot g - N}{2 \cdot m \cdot g}$$
$$\cos\alpha = \frac{3 \cdot 150 \cdot 10 - 3000}{2 \cdot 150 \cdot 10}$$
$$\cos\alpha = 0{,}5$$
$$\alpha = 60^0$$

1.370. Na niti duljine l visi uteg od 1 kg. Na koju visinu treba iz položaja ravnoteže otkloniti nit da bi uteg u položaju ravnoteže natezao nit silom 15 N?

m = 1 kg
N = 15 [N]
h = ?



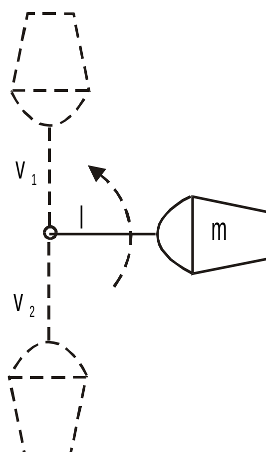
$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l}$$
$$l \cdot \cos\alpha = l - h$$
$$h = l - l \cdot \cos\alpha$$
$$h = l \cdot (1-\cos\alpha)$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$
$$v^2 = 2 \cdot g \cdot l \cdot (1-\cos\alpha)$$

$$N = G + F_{CP}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{l}$$
$$N = m \cdot g + \frac{m \cdot 2 \cdot g \cdot l \cdot (1-\cos\alpha)}{l}$$
$$\cos\alpha = \frac{3 \cdot m \cdot g - N}{2 \cdot m \cdot g}$$
$$\cos\alpha = \frac{3 \cdot 1 \cdot 9{,}81 - 15}{2 \cdot 1 \cdot 9{,}81}$$
$$\cos\alpha = 0{,}735$$
$$\alpha = 42{,}65^0$$

$$h = l \cdot (1-\cos\alpha)$$
$$h = l \cdot (1-0{,}735)$$
$$h = 0{,}27 \cdot l$$

1.371. Vedro s vodom privezano na nit dugu 60 cm kruži jednoliko u vertikalnoj ravnini. Ako je masa vedra s vodom 2 kg, nađi: a) najmanju brzinu kruženja pri kojoj se voda neće prolijevati, b) napetost niti pri toj brzini u najvišoj točki kruženja, c) u najnižoj točki kruženja.

l = 60 cm = 0,6 m
m = 2 kg
v, N_1, N_2 = ?



a)

$$F_{CP} = G$$
$$\frac{m \cdot v^2}{l} = m \cdot g$$
$$v^2 = g \cdot l$$
$$v = \sqrt{g \cdot l}$$
$$v = \sqrt{9{,}81 \cdot 0{,}6}$$
$$v = 2{,}43\,\frac{m}{s}$$

b)

$$N_1 = F_{CP} - G$$
$$N_1 = \frac{m \cdot v^2}{l} - m \cdot g$$
$$N_1 = \frac{2 \cdot 2{,}43^2}{0{,}6} - 2 \cdot 9{,}81$$
$$N_1 = 19{,}7 - 19{,}7$$
$$N_1 = 0$$

c)

$$N_2 = F_{CP} + G$$
$$N_2 = \frac{m \cdot v^2}{l} + m \cdot g$$
$$N_2 = \frac{2 \cdot 2{,}43^2}{0{,}6} + 2 \cdot 9{,}81$$
$$N_2 = 19{,}7 + 19{,}7$$
$$N_2 = 39{,}4\,[N]$$

1.372. Uteg mase 30 kg privezan na niti vrtimo po krugu u vertikalnoj ravnini. Za koliko će napetost niti biti veća pri prolazu najnižom točkom kruga od napetosti niti u najvišoj točki kruga?

m = 30 kg
N_1 - N_2 = ?

najniža točka:

$$N_1 = F_{CP} + G$$
$$N_1 = \frac{m \cdot v^2}{l} + m \cdot g$$

najviša točka:

$$N_2 = F_{CP} - G$$
$$N_2 = \frac{m \cdot v^2}{l} - m \cdot g$$

$$N_1 - N_2 = (F_{CP} + G) - (F_{CP} - G)$$
$$N_1 - N_2 = F_{CP} + G - F_{CP} + G$$
$$N_1 - N_2 = 2 \cdot G$$
$$N_1 - N_2 = 2 \cdot m \cdot g$$
$$N_1 - N_2 = 2 \cdot 30 \cdot 9{,}81$$
$$N_1 - N_2 = 589\,[N]$$

1.373. Tenk mase 5,0 × 10^4 kg prelazi preko mosta brzinom 45 km/h. Most se uganuo te mu je polumjer zakrivljenosti 0,60 km. Kolikom silom pritišće tenk na most kad se nalazi na njegovoj sredini?

m = 5 × 10^4 kg = 50000 kg
v = 45 km/h = 12,5 m/s
r = 0,6 km = 600 m
F = ?

$$F = F_{CP} + G$$
$$F = \frac{m \cdot v^2}{r} + m \cdot g$$
$$F = \frac{50000 \cdot 12{,}5^2}{600} + 50000 \cdot 9{,}81$$
$$F = 503520\,[N] = 5{,}035 \cdot 10^5\,[N]$$

1.374. Kolikom bi brzinom morao motorist voziti preko izbočenog dijela ceste ako je polumjer zakrivljenosti izbočine 40 m, a želio bi da na vrhu izbočine sila na cestu bude jednaka nuli (g = 10 m/s^2)?

r = 40 m
F = 0
g = 10 m/s^2
v = ?

$$F = G - F_{CP}$$
$$0 = m \cdot g - \frac{m \cdot v^2}{r}$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g$$
$$v = \sqrt{r \cdot g}$$
$$v = \sqrt{40 \cdot 10}$$
$$v = 20 \frac{m}{s}$$

14. OPĆI ZAKON GRAVITACIJE (1.375. - 1. 402.)

1.375. Uporabom jednoga od uređaja za provjeravanje gravitacijske sile izmjereno je da se olovna kugla mase 5 kg i kuglica mase 10 g na udaljenosti 7 cm privlače silom 6,13 × 10^{-10} N. Kolika je gravitacijska konstanta kad je izračunamo iz tih pokusnih podataka?

m_1 = 5 kg
m_2 = 10 g = 0,01 kg
r = 7 cm = 0,07 m
F = 6,13 × 10^{-10} N
G = ?

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$$

$$G = \frac{6{,}13 \cdot 10^{-10} \cdot 0{,}07^2}{5 \cdot 0{,}01}$$

$$G = 6 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

1.376. Koliko se privlače dvije lađe svaka mase 10^7 kg kad se nalaze na udaljenosti 1 km?

$m_1 = m_2 = 10^7$ kg
r = 1 km = 1000 m
F = ?

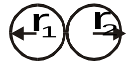
$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(10^7)^2}{1000^2}$$

$$F = 0{,}00667 [N] = 6{,}67 \cdot 10^{-3} [N]$$

1.377. Kolikom se silom privlače dvije aluminijske kugle polumjera 0,5 m koje se dodiruju?

$r_1 = r_2$ = 0,5 m
ρ = 2700 kg/m^3
F = ?



r = r_1 + r_2
r = 0,5 + 0,5
r = 1 m

$$m_1 = m_2 = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$m = 2700 \cdot \frac{4}{3} \cdot 0{,}5^3 \cdot \pi$$

$$m = 1413{,}7 \text{ kg}$$

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1413{,}7^2}{1^2}$$

$$F = 1{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

1.378. Kolika je privlačna sila između dva neutrona koji su udaljeni 10^{-10} m jedan od drugoga?

r = 10^{-10} m
m = 1,675 × 10^{-27} kg
F = ?

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(1{,}675 \cdot 10^{-27})^2}{(10^{-10})^2}$$

$$F = 1{,}87 \cdot 10^{-44} \text{ N}$$

1.379. Masa Zemlje je 6 × 10^{24} kg, a masa Mjeseca 7,3 × 10^{22} kg. Udaljenost između njihovih središta jest 384000 km. Kolikom se silom privlače Zemlja i Mjesec?

m_1 = 6 × 10^{24} kg
m_2 = 7,3 × 10^{22} kg
r = 384000 km

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}3 \cdot 10^{22}}{384000000^2}$$

$$F = 1{,}98 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

1.380. Za koliko se puta smanji težina nekog tijela kada ga donesemo na vrh planine visoke 2400 metara?

h = 2400 m

$\frac{F_2}{F_1} = ?$

$$F_1 = G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{r_Z^2}$$

$$F_2 = G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{(r_Z + h)^2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{(r_Z + h)^2}}{G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{r_Z^2}}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{r_Z^2}{(r_Z + h)^2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{6370000^2}{(6370000 + 2400)^2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 0,999$$

$$F_2 = 99,9\% \, F_1$$

1.381. Koliko put postane tijelo mase 1 kg lakše ako ga dignemo 1 km uvis? Polumjer Zemlje je R = 6367 km te uzmimo g = 9,81 m/s^2.

m = 1 kg
h = 1 km
r = 6367 km
g = 9,81 m/s^2

$\frac{F_2}{F_1} = ?$

$$F_1 = G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{r_Z^2}$$

$$F_2 = G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{(r_Z + h)^2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{(r_Z + h)^2}}{G \cdot \frac{m_Z \cdot m}{r_Z^2}}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{r_Z^2}{(r_Z + h)^2}$$

$$F_1 = m \cdot g_1$$

$$F_2 = m \cdot g_2$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m \cdot g_2}{m \cdot g_1} = \frac{g_2}{g_1}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{r_Z^2}{(r_Z + h)^2}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{6367000^2}{(6367000 + 1000)^2}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = 0,999$$

$$g_2 = 99,9\% \, g_1$$

1.382. Kolika je akceleracija Zemljine sile teže na udaljenosti iznad površine Zemlje koja je jednaka njezinu polumjeru? Koliki je put što ga u prvoj sekundi prijeđe tijelo padajući slobodno na toj visini? Za polumjer Zemlje možemo uzeti R = 6400 km.

h = r_Z
r_Z = 6400 km
g = ?, s = ?

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{(r_Z + h)^2}$$

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{(r_Z + h)^2}$$

$$g = G \cdot \frac{m_Z}{(2 \cdot r_Z)^2}$$

$$g = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(2 \cdot 6400000)^2}$$

$$g = 2,44 \frac{m}{s^2}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot 1^2$$

$$s = 1,22 \, m$$

1.383. Na kojoj se visini od površine Zemlje mora nalaziti neko tijelo da mu težina bude dva puta manja od težine na površini Zemlje?

$G_2 = \frac{1}{2} \cdot G_1$

$h = ?$

$$G_2 = \frac{1}{2} \cdot G_1$$

$$G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{(r_Z + h)^2} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r_Z^2}$$

$$\frac{1}{(r_Z + h)^2} = \frac{1}{2 \cdot r_Z^2}$$

$$2 \cdot r_Z^2 = (r_Z + h)^2$$

$$h^2 + 2 \cdot r_Z \cdot h - r_Z^2 = 0$$

$$h_{1,2} = \frac{-2 \cdot r_Z \pm \sqrt{4 \cdot r_Z^2 + 4 \cdot r_Z^2}}{2}$$

$$h_{1,2} = \frac{-2 \cdot 6400000 \pm \sqrt{8 \cdot 6400000^2}}{2}$$

$$h = 2651\text{km}$$

1.384. Kolikom silom Mjesec privlači uteg mase 1 kg koji se nalazi na njegovoj površini ako znamo da je polumjer Mjeseca $1{,}7 \times 10^6$ m, a masa $7{,}3 \times 10^{22}$ kg?

m = 1 kg
$r_m = 1{,}7 \times 10^6$ kg
$m_m = 7{,}3 \times 10^{22}$ kg
F = ?

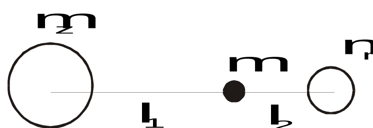
$$F = G \cdot \frac{m \cdot m_m}{r_m^{\ 2}}$$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{22}}{(1{,}7 \cdot 10^6)^2}$$

$$F = 1{,}68\,\text{N}$$

1.385. Na dužini koja spaja Zemlju i Mjesec odredi točku u kojoj su sile privlačenja Zemlje i Mjeseca jednake. Udaljenost između Zemlje i Mjeseca jest 60 Zemljinih polumjera, a Zemljina je masa 81 puta veća od Mjesečeve mase.

$d = 60\ R_Z$
$m_Z = 81\ m_m$
$F_Z = F_M$
l = ?



$$d = l_1 + l_2$$

$$l_2 = d - l_1$$

$$l_2 = 60 \cdot R_Z - l_1$$

$$G \cdot \frac{m \cdot m_z}{l_1^2} = G \cdot \frac{m \cdot m_m}{l_2^2}$$

$$\frac{m_z}{l_1^2} = \frac{m_m}{l_2^2}$$

$$\frac{81 \cdot m_m}{l_1^2} = \frac{m_m}{(60 \cdot R_Z - l_1)^2}$$

$$81 \cdot (60 \cdot R_Z - l_1)^2 = l_1^2$$

$$9 \cdot (60 \cdot R_Z - l_1) = l_1$$

$$l_1 = 54 \cdot R_Z$$

1.386. Znajući da su staze Zemlje i Mjeseca približno kružnice, odredi odnos masa Sunca i Zemlje. Poznato je da Mjesec u jednoj godini 13 puta obiđe Zemlju i da je udaljenost Sunca od Zemlje 390 puta veća nego udaljenost Mjeseca od Zemlje.

$T_Z = 13\ T_M$
$R_Z = 390\ R_M$
$\frac{m_s}{m_z} = ?$

$$F_{CP} = F_G$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m_z \cdot m_s}{r^2}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m_m \cdot m_z}{r^2}$$

$$\frac{G \cdot \frac{m_z \cdot m_s}{r^2}}{G \cdot \frac{m_m \cdot m_z}{r^2}} = \frac{\frac{4 \cdot r_z \cdot \pi \cdot m_z}{T_z^2}}{\frac{4 \cdot r_m \cdot \pi \cdot m_m}{T_m^2}}$$

$$\frac{m_s}{m_z} = \frac{r_z^3 \cdot T_m^2}{r_m^3 \cdot T_z^2}$$

$$\frac{m_s}{m_z} = \frac{390^3 \cdot r_m^3 \cdot T_m^2}{r_m^3 \cdot 13^2 \cdot T_m^2}$$

$$\frac{m_s}{m_z} = \frac{390^3}{13^2} = 3{,}51 \cdot 10^5$$

1.387. Kolika je masa Sunca kad znamo da je srednja brzina Zemlje pri kruženju oko Sunca 30 km/s, a polumjer njezine staze 1,5 × 10[8] km?

$$v = 30\,\frac{km}{s}$$
$$r = 1{,}5\cdot 10^8\ km$$
$$m = ?$$

$$F_{CP} = F_G$$
$$\frac{m\cdot v^2}{r} = G\cdot\frac{m\cdot m_S}{r^2}$$
$$m_S = \frac{v^2\cdot r}{G}$$
$$m_S = \frac{30000^2\cdot 1{,}5\cdot 10^8}{6{,}67\cdot 10^{-11}}$$
$$m_S = 2\cdot 10^{30}\ kg$$

1.388. Kolika je akceleracija slobodnog pada na površini Sunca ako je njegov polumjer 108 puta veći od polumjera Zemlje i ako je odnos gustoća Sunca i Zemlje 1 : 4 ?

$$r_s = 108\cdot r_z$$
$$\rho_s = \frac{1}{4}\cdot\rho_z$$
$$g_s = ?$$

$$m\cdot g_z = G\cdot\frac{m\cdot m_z}{r_z^2}$$
$$m\cdot g_s = G\cdot\frac{m\cdot m_s}{r_s^2}$$
$$\frac{m\cdot g_s}{m\cdot g_z} = \frac{G\cdot\frac{m\cdot m_s}{r_s^2}}{G\cdot\frac{m\cdot m_z}{r_z^2}}$$

$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{m_s\cdot r_z^2}{m_z\cdot r_s^2}$$
$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{m_s\cdot r_z^2}{m_z\cdot(108\cdot r_z)^2}$$
$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{\rho_s\cdot\frac{4}{3}\cdot r_s^3\cdot\pi}{\rho_z\cdot\frac{4}{3}\cdot r_z^3\cdot\pi\cdot 108^2}$$

$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{\rho_s\cdot r_s^3}{\rho_z\cdot r_z^3\cdot 108^2}$$
$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{\rho_s\cdot(108\cdot r_z)^3}{\rho_z\cdot r_z^3\cdot 108^2}$$
$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{\rho_s\cdot 108}{\rho_z}$$
$$\frac{g_s}{g_z} = \frac{\frac{1}{4}\cdot\rho_z\cdot 108}{\rho_z}$$
$$\frac{g_s}{g_z} = 27$$
$$g_s = 27\cdot g_z = 27\cdot 9{,}81$$
$$g_s = 264{,}87\,\frac{m}{s^2}$$

1.389. Odredi akceleraciju slobodnog pada tijela na površini Sunca ako znamo da je polumjer Zemljine staze R = 1,5 × 10[8] km, polumjer Sunca r = 7 × 10[5] km i vrijeme ophoda Zemlje oko Sunca T = 1 godina.

$R = 1{,}5 \times 10^8$ km $= 1{,}5 \times 10^{11}$ m
$r = 7 \times 10^5$ km $= 7 \times 10^8$ m
$T = 1$ god $= 31536000$ s
$g = ?$

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m_S}{r^2}$$

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_S}{r^2}$$

$$G \cdot m_S = g \cdot r^2$$

$$G \cdot \frac{m \cdot m_S}{R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$G \cdot m_S = v^2 \cdot R$$

$$G \cdot m_S = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi^2}{T^2}$$

$$g \cdot r^2 = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi^2}{T^2}$$

$$g = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi^2}{T^2 \cdot r^2}$$

$$g = \frac{4 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^3 \cdot \pi^2}{31536000^2 \cdot (7 \cdot 10^8)^2}$$

$$g = 273{,}33 \frac{m}{s^2}$$

1.390. Polumjer Marsa iznosi 0,53 polumjera Zemlje, a masa 0,11 mase Zemlje. Koliko je puta sila teža na Marsu manja nego na Zemlji?

$r_M = 0{,}53\, r_Z$
$m_M = 0{,}11\, m_Z$
$\frac{g_Z}{g_M} = ?$

$$m \cdot g_Z = G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r_Z^2}$$

$$m \cdot g_M = G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r_M^2}$$

$$\frac{m \cdot g_Z}{m \cdot g_M} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r_Z^2}}{G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r_M^2}}$$

$$\frac{g_Z}{g_M} = \frac{m_Z \cdot r_M^2}{m_M \cdot r_Z^2}$$

$$\frac{g_Z}{g_M} = \frac{m_Z \cdot 0{,}53^2 \cdot r_Z^2}{0{,}11 \cdot m_Z \cdot r_Z^2}$$

$$\frac{g_Z}{g_M} = 2{,}55$$

1.391. Planet Mars ima dva prirodna satelita, Fobosa i Demiosa. Prvi se nalazi na udaljenosti $r_1 = 9500$ km od središta Marsa, a drugi na udaljenosti $r_2 = 24000$ km. Nađi periode kruženja tih satelita oko Marsa. Masa Marsa iznosi 0,107 mase Zemlje.

$r_1 = 9500$ km
$r_2 = 24000$ km
$m_M = 0{,}107\, m_Z$
$T_1, T_2 = ?$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{m_M}{r}$$

$$\frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2} = G \cdot \frac{m_M}{r}$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi^2}{G \cdot m_M}}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot r_1^3 \cdot \pi^2}{G \cdot m_M}}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot 9500000^3 \cdot \pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}107 \cdot 6 \cdot 10^{24}}}$$

$$T_1 = 28107\,s = 7{,}8\,h$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot r_2^3 \cdot \pi^2}{G \cdot m_M}}$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 24000000^3 \cdot \pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}107 \cdot 6 \cdot 10^{24}}}$$

$$T_1 = 112888\,s = 31{,}35\,h$$

1.392. Neka je polumjer nekog asteroida 5 km i pretpostavimo da mu je gustoća ρ = 5,5 g/cm^3. a) Nađi akceleraciju slobodnog pada g_a na njegovoj površini. b) Odredi na koju će visinu poskočiti čovjek na asteroidu ako uporabi isti napor kojim bi na Zemlji poskočio 5 cm visoko. Asteroid ima oblik kugle.

r = 5 km = 5000 m
ρ = 5,5 g/cm^3 = 5500 kg/m^3
h_Z = 5 cm = 0,05 m
g_a, h_a = ?

$$m_a = \rho \cdot V$$
$$m_a = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$
$$m_a = 5500 \cdot \frac{4}{3} \cdot 5000^3 \cdot \pi$$
$$m_a = 2{,}88 \cdot 10^{15}\ \text{kg}$$

$$m \cdot g_a = G \cdot \frac{m \cdot m_a}{r^2}$$
$$g_a = G \cdot \frac{m_a}{r^2}$$
$$g_a = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}88 \cdot 10^{15}}{5000^2}$$
$$g_a = 0{,}0076\ \frac{m}{s^2}$$

$$m \cdot g_z \cdot h_z = m \cdot g_a \cdot h_a$$
$$h_a = \frac{g_z \cdot h_z}{g_a}$$
$$h_a = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}05}{0{,}0076}$$
$$h_a = 64{,}54\ \text{m}$$

1.393. Koliko je dugačka nit jednostavnog njihala ako zamislimo da se njiše na nekom planetu jednake gustoće kao Zemlja, polumjera dva puta manjeg od Zemlje? Njihalo učini tri titraja u minuti.

$\rho = \rho_Z$
$r = \frac{1}{2} \cdot r_Z$
$t = 3\ \frac{\text{titr}}{\text{min}} \Rightarrow T = 20\ \text{s}$
$l = ?$

$$m \cdot g_P = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{r_P^2}$$
$$g_P = G \cdot \frac{m_P}{r_P^2}$$
$$g_P = G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_P^3 \cdot \pi}{r_P^2}$$
$$g_P = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_P \cdot \pi$$

$$m \cdot g_Z = G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r_Z^2}$$
$$g_Z = G \cdot \frac{m_Z}{r_Z^2}$$
$$g_Z = G \cdot \frac{\rho_Z \cdot \frac{4}{3} \cdot r_Z^3 \cdot \pi}{r_Z^2}$$
$$g_Z = G \cdot \rho_Z \cdot \frac{4}{3} \cdot r_Z \cdot \pi$$

$$\frac{g_P}{g_Z} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r_P \cdot \pi}{G \cdot \rho_Z \cdot \frac{4}{3} \cdot r_Z \cdot \pi}$$
$$\frac{g_P}{g_Z} = \frac{\rho \cdot r_P}{\rho_Z \cdot r_Z}$$
$$\frac{g_P}{g_Z} = \frac{\rho \cdot \frac{1}{2} \cdot r_Z}{\rho_Z \cdot r_Z}$$
$$\frac{g_P}{g_Z} = \frac{1}{2}$$
$$g_P = \frac{1}{2} \cdot g_Z$$
$$g_P = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 = 4{,}905\ \frac{m}{s^2}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_P}} \Rightarrow l = \frac{T^2 \cdot g_P}{4 \cdot \pi^2}$$
$$l = \frac{20^2 \cdot 4{,}905}{4 \cdot \pi^2} = 49{,}69\ \text{m}$$

1.394. Odredi gustoću planeta na kojemu dan i noć traju T = 24 sata i na ekvatoru kojega su tijela bez težine.

T = 24 h = 86400 s
$F_{CP} = G$
ρ = ?

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{r^2}$$

$$\frac{m \cdot \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2}}{r} = G \cdot \frac{m \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{r^2}$$

$$\rho = \frac{3 \cdot \pi}{T^2 \cdot G}$$

$$\rho = \frac{3 \cdot \pi}{86400^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}}$$

$$\rho = 18{,}93 \frac{kg}{m^3} = 0{,}01893 \frac{g}{cm^3}$$

1.395. Znamo da je zbog rotacije planeta sila teža na ekvatoru manja nego na polovima. Na kojoj je visini iznad površine planeta na polu sila teža jednaka sili teži na ekvatoru? Planet neka je kugla polumjera r. Vrijeme jednog okreta planeta oko osi neka je T, a njegova srednja gustoća ρ.

$$G \cdot \frac{m \cdot m_P}{(r+h)^2} = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{r^2} - \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{m_P}{(r+h)^2} = G \cdot \frac{m_P}{r^2} - \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2}$$

$$G \cdot m_P = \left(G \cdot \frac{m_P}{r^2} - \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2} \right) \cdot (r+h)^2$$

$$(r+h)^2 = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2}}{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}$$

$$r^2 + 2 \cdot r \cdot h + h^2 + \frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho \cdot r \cdot T^2} - 1 = 0$$

$$r^2 + 2 \cdot r \cdot h + h^2 + \frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho \cdot r \cdot T^2} - 1 = 0$$

$$h^2 + 2 \cdot r \cdot h + \frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho \cdot r \cdot T^2} - 1 = 0$$

$$h_{1,2} = \frac{-2 \cdot r \pm \sqrt{(2 \cdot r)^2 - 4 \cdot \left(\frac{3 \cdot \pi}{G \cdot \rho \cdot r \cdot T^2} - 1 \right)}}{2}$$

1.396. Koliko je puta kinetička energija umjetnog Zemljinog satelita manja od njegove potencijalne energije? Pretpostavimo da je staza satelita kružna.

$$r = h$$

$$E_P = m \cdot g \cdot (r+h) = 2 \cdot m \cdot g \cdot h$$

$$E_K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$\frac{E_K}{E_P} = \frac{\frac{m \cdot v^2}{2}}{2 \cdot m \cdot g \cdot h} = \frac{m \cdot 2 \cdot g \cdot h}{4 \cdot m \cdot g \cdot h} = \frac{1}{2}$$

$$E_K = \frac{E_P}{2}$$

1.397. Neki satelit obilazi Zemlju svakih 98 minuta krećući se na srednjoj visinu 500 km. Izračunaj iz tih podataka masu Zemlje.

T = 98 min = 5880 s
h = 500 km = 500000 m
m_Z = ?

$$F_{CP} = F_G$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r^2}$$
$$v^2 = G \cdot \frac{m_Z}{r}$$
$$\frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{m_Z}{r}$$
$$m_Z = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot G}$$

$$r = 6400 + 500 = 6900\,km$$
$$m_Z = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 6900000^3}{5880^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}}$$
$$m_Z = 5{,}62 \cdot 10^{24}\ kg$$

1.398. Oko planeta mase m_P kruži satelit. Koliki je polumjer staze ako je T ophodno vrijeme satelita?

$$F_{CP} = F_G$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{r^2}$$
$$v^2 = G \cdot \frac{m_P}{r}$$
$$\frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{m_Z}{r}$$

$$r^3 = G \cdot \frac{m_P \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$$
$$r = \sqrt[3]{G \cdot \frac{m_P \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

1.399. Kolika je prva kozmička brzina za Mjesec ako znamo da je polumjer Mjeseca $1{,}74 \times 10^6$ m, a masa $7{,}3 \times 10^{22}$ kg?

r_M = 1740 km = 1740000 m
$m_M = 7{,}3 \times 10^{22}$ kg
v = ?

$$F_{CP} = F_G$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2}$$
$$v^2 = G \cdot \frac{m_M}{r}$$
$$v = \sqrt{G \cdot \frac{m_M}{r}}$$

$$v = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7{,}3 \cdot 10^{22}}{1740000}}$$
$$v = 1672{,}8\ \frac{m}{s}$$

1.400. Izračunaj prvu kozmičku brzinu na površini Mjeseca kad znaš da je polumjer Mjeseca 1740 km, a akceleracija slobodnog pada na Mjesecu 0,17 Zemljine akceleracije.

r = 1740 km
g_M = 0,17g
v = ?

$$F_{CP} = G_M$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g_M$$
$$v^2 = r \cdot g_M$$
$$v = \sqrt{r \cdot g_M}$$
$$v = \sqrt{1740000 \cdot 0{,}17 \cdot 9{,}81}$$
$$v = 1703{,}5\ \frac{m}{s}$$

1.401. Koliki moraju biti polumjer kružne staze umjetnog Zemljina satelita i njegova brzina da njegov period bude jednak periodu obrtanja Zemlje, tj. da se sa Zemlje čini nepomičnim?

$T_S = T_Z$
$r_S, v_S = ?$

$$F_{CP} = F_G$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{r^2}$$
$$v^2 = G \cdot \frac{m_P}{r}$$
$$\frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{m_Z}{r}$$

$$r^3 = G \cdot \frac{m_P \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$$
$$r = \sqrt[3]{G \cdot \frac{m_P \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$
$$r = \sqrt[3]{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 86400^2}{4 \cdot \pi^2}}$$
$$r = 4{,}22 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T}$$
$$v = \frac{2 \cdot 4{,}22 \cdot 10^7 \cdot \pi}{86400}$$
$$v = 3068{,}8 \frac{m}{s}$$

1.402. Odredi udaljenost x od središta Zemlje do umjetnog satelita mase m i njegovu brzinu v ako satelit kruži u ravnini Zemljina ekvatora, a sa Zemlje se čini nepomičnim. Možemo uzeti da je polumjer Zemlje r = 6400 km.

r = 6400 km
x, v = ?

$$x = r + h$$
$$\frac{m \cdot v^2}{x} = G \cdot \frac{m \cdot m_Z}{x^2}$$
$$v^2 = G \cdot \frac{m_Z}{x}$$
$$\frac{4 \cdot \pi \cdot x^2}{T^2} = G \cdot \frac{m_Z}{x}$$

$$x^3 = G \cdot \frac{m_Z \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$$
$$x = \sqrt[3]{G \cdot \frac{m_Z \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$
$$x = \sqrt[3]{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 86400^2}{4 \cdot \pi^2}}$$
$$x = 4{,}22 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$v = \frac{2 \cdot x \cdot \pi}{T}$$
$$v = \frac{2 \cdot 4{,}22 \cdot 10^7 \cdot \pi}{86400}$$
$$v = 3068{,}8 \frac{m}{s}$$

15. HIDROMEHANIKA I AEROMEHANIKA (1.403. - 1. 460.)

1.403. Koliki je tlak u nekom jezeru na dubini 10 m?

h = 10 m
p = ?

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$
$$p = 101300 + 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 10$$
$$p = 199400 \text{Pa}$$

1.404. Tlačna sisaljka podigne u cijevi vodu na visinu 40 m. Kolikom silom djeluje voda na ventil sisaljke ako je površina presjeka ventila 8 cm^2?

h = 40 m
S = 8 cm^2 = 0,0008 m^2
F = ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 40$$
$$p = 392400 \text{Pa}$$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$
$$F = 392400 \cdot 0{,}0008$$
$$F = 313{,}92 \text{N}$$

1.405. Na kojoj će dubini tlak vode u jezeru biti tri puta veći od atmosferskog tlaka koji u živinom barometru drži ravnotežu sa stupcem žive visokim 770 mm?

$p_H = 3p_A$
p_A = 770 mm Hg
h = ?

$$p_A = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p_A = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}77$$
$$p_A = 102730 \text{Pa}$$

$$p = p_H - p_A$$
$$p = 3 \cdot p_A - p_A$$
$$p = 2 \cdot p_A$$
$$p = 2 \cdot 102730$$
$$p = 205460 \text{Pa}$$

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g}$$
$$h = \frac{205460}{1000 \cdot 9{,}81}$$
$$h = 20{,}94 \text{ m}$$

1.406. Kolika će biti duljina stupca žive u barometarskoj cijevi smještenoj u zatvorenoj kabini na Mjesecu ako zrak kabini odgovara uvjetima uz koje bi na Zemlji stupac žive u barometru bio dug 760 mm?

h_Z = 760 mm
h_M = ?

$$p_Z = \rho \cdot g \cdot h_Z$$
$$p_Z = 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}76$$
$$p_Z = 101396 \text{Pa}$$

$$h_M = \frac{p}{\rho \cdot g_M}$$
$$h_M = \frac{101396}{13600 \cdot g_M}$$
$$h_M = \frac{7{,}46}{g_M}$$

1.407. Posuda u obliku skraćenog stošca ima površinu donje baze B_1 = 200 cm^2, a gornjeg otvora B_2 = 120 cm^2. Visina posude je 42 cm. a)Kolika sila djeluje na dno ako je posuda napunjena vodom? b) Kolika je težina vode u posudi? c) Jesu li sila na dno i težina jednake?

B_1 = 200 cm^2 = 0,02 m^2
B_2 = 120 cm^2 = 0,012 m^2
h = 42 cm = 0,42 m
a) F = ?, b) G = ?

a)
$$F = p \cdot S$$
$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot B_1$$
$$F = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}42 \cdot 0{,}02$$
$$F = 82{,}4 \text{N}$$

b)
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot v \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$$
$$B_1 = r_1^2 \cdot \pi \Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{B_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{0{,}02}{\pi}} = 0{,}08 \text{m}$$
$$B_2 = r_2^2 \cdot \pi \Rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{B_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{0{,}012}{\pi}} = 0{,}06 \text{m}$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}42 \cdot (0{,}08^2 + 0{,}06^2 + 0{,}08 \cdot 0{,}06) = 0{,}006512 \text{m}^3$$
$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g$$
$$G = 1000 \cdot 0{,}006512 \cdot 9{,}81 = 63{,}88 \text{N}$$

c)
F > G

1.408. U posudi se nalazi tekući aluminij do visine 60 cm. Na dnu posude je otvor kroz koji ulazi zrak pod tlakom p. Koliki mora biti tlak zraka da aluminij ne bi izlazio?

h = 60 cm = 0,6 m
ρ = 2700 kg/m^3
p = ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p = 2700 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6$$
$$p = 15892 \text{Pa}$$

1.409. Manji čep hidrauličke preše ima površinu 15 cm^2, a veći 180 cm^2. Sila 90 N prenosi se na manji čep dvokrakom polugom kojoj je omjer krakova 6 : 1. Kolikom silom tlači veliki čep?

S_1 = 15 cm^2
S_2 = 180 cm^2
F_1 = 90 N
a : b = 6 : 1
F_2 = ?

$$F_1 \cdot a = F_1^` \cdot b$$
$$F_1^` = F_1 \cdot \frac{a}{b}$$
$$F_1^` = 90 \cdot \frac{6}{1}$$
$$F_1^` = 540 \text{N}$$

$$p_1 = p_2$$
$$\frac{F_1^`}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$
$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1^`$$
$$F_2 = \frac{180}{15} \cdot 540$$
$$F_2 = 6480 \text{N}$$

1.410. U podvodnom dijelu broda nastao je otvor površine 5 cm^2. Otvor se nalazi 3 m ispod površine vode. Kojom najmanjom silom moramo djelovati na otvor da bismo spriječili prodiranje vode?

$S = 5\ cm^2 = 0{,}0005\ m^2$
h = 3 m
F = ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3$$
$$p = 29430\,Pa$$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$
$$F = 29430 \cdot 0{,}0005$$
$$F = 14{,}715\,N$$

1.411. Kolikom silom djeluje para na otvor sigurnosnog ventila promjera 100 mm ako manometar pokazuje tlak $11{,}7 \times 10^5$ Pa?

d = 100 mm = 0,1 m
$p = 11{,}7 \times 10^5$ Pa
F = ?

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$
$$S = \frac{0{,}1^2 \cdot \pi}{4}$$
$$S = 0{,}0079\,m^2$$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$
$$F = 11{,}7 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0079$$
$$F = 9243\,N$$

1.412. Pod kojim tlakom mora sisaljka tjerati vodu u cijevi vodovoda visokog nebodera ako se nalazi u podrumu zgrade, a željeli bismo da tlak vode u najvišem dijelu zgrade bude 15×10^4 Pa? Visinska razlika između sisaljke i najvišeg dijela zgrade neka je 100 m.

$p_{UK} = 15 \times 10^4$ Pa
h = 100 m
p = ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 100$$
$$p = 981000\,Pa$$

$$p_{UK} = p_0 + p$$
$$p_{UK} = 101300 + 981000$$
$$p_{UK} = 1082300\,Pa$$

1.413. U valjkastu posudu nalili smo količine žive i vode jednakih težina. Ukupna visina stupca obiju tekućina iznosi h = 29,2 cm. Koliki je tlak tekućina na dno posude?

h = 29,2 cm
$G_1 = G_2$
p = ?



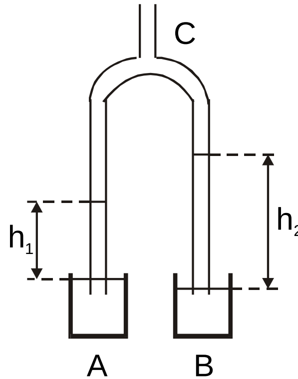
$$G_1 = G_2$$
$$m_1 \cdot g = m_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot V_1 \cdot g = \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot B \cdot h_1 \cdot g = \rho_2 \cdot B \cdot h_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$
$$h = h_1 + h_2 \Rightarrow h_1 = h - h_2$$
$$\rho_1 \cdot (h - h_2) = \rho_2 \cdot h_2$$
$$\rho_1 \cdot h - \rho_1 \cdot h_2 = \rho_2 \cdot h_2$$
$$h_2 \cdot (\rho_1 + \rho_2) = \rho_1 \cdot h$$
$$h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h}{\rho_1 + \rho_2}$$
$$h_2 = \frac{13600 \cdot 0{,}292}{13600 + 1000} = 0{,}272\,m$$
$$h_1 = h - h_2 = 0{,}292 - 0{,}272 = 0{,}02\,m$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m_1 \cdot g + m_2 \cdot g}{S}$$
$$p = \frac{(\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2) \cdot g}{S}$$
$$p = \frac{(\rho_1 \cdot S \cdot h_1 + \rho_2 \cdot S \cdot h_2) \cdot g}{S}$$
$$p = (\rho_1 \cdot h_1 + \rho_2 \cdot h_2) \cdot g$$
$$p = (13600 \cdot 0{,}02 + 1000 \cdot 0{,}272) \cdot 9{,}81$$
$$p = 5336{,}64\,Pa$$

1.414. Cijev C s dva kraka uronili smo u dvije posude, A i B. Kroz gornji kraj cijevi isisali smo nešto zraka. Zbog toga se tekućina digla u lijevoj cijevi za h_1, a u desnoj za h_2. Kolika je gustoća

tekućine u posudi B ako je u posudi A voda i ako je h_1 = 10 cm, a h_2 = 12 cm?

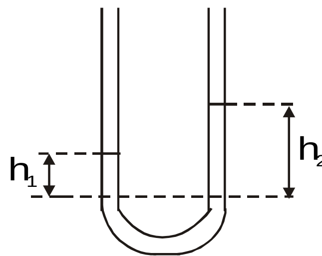
$\rho_1 = 1000\ kg/m^3$
h_1 = 10 cm = 0,1 m
h_2 = 12 cm = 0,12 m
ρ_2 = ?



$$p_1 = p_2$$
$$\rho_1 \cdot h_1 \cdot g = \rho_2 \cdot h_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$
$$\rho_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2}$$
$$\rho_2 = \frac{1000 \cdot 0{,}1}{0{,}12}$$
$$\rho_2 = 833{,}3\ \frac{kg}{m^3}$$

1.415. U cijevi oblika slova U nalivena je živa, a zatim u jedan krak tekućina gustoće 1,2 × 10^3 kg/m^3. Visina je stupca žive, mjerena od dodirne površine 1,4 cm. Kolika je visina stupca nepoznate tekućine?

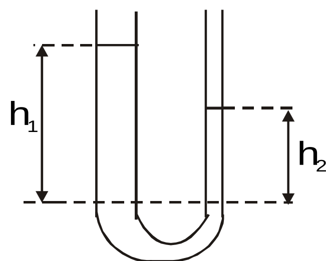
$\rho_1 = 13600\ kg/m^3$
$\rho_2 = 1{,}2 \times 10^3\ kg/m^3$
h_1 = 1,4 cm
h_2 = ?



$$p_1 = p_2$$
$$\rho_1 \cdot h_1 \cdot g = \rho_2 \cdot h_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$
$$h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{\rho_2}$$
$$h_2 = \frac{13600 \cdot 0{,}014}{1200}$$
$$h_2 = 0{,}158\, m$$

1.416. U dvije spojene posude različitih presjeka ulijemo najprije živu, a zatim u širu cijev presjeka 5 cm^2 dolijemo 300 g vode. Za koliko će visina stupca žive u uskoj cijevi biti veća od visine u širokoj cijevi?

S_1 = 5 cm^2 = 0,0005 m^2
m_1 = 300 g = 0,3 kg
h_2 = ?

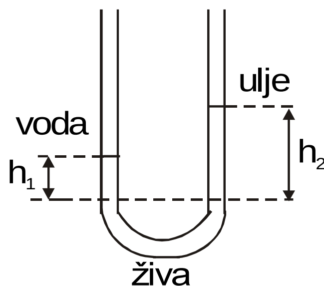


$$p_1 = p_2$$
$$\rho_1 \cdot h_1 \cdot g = \rho_2 \cdot h_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$
$$h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{\rho_2}$$
$$h_2 = \frac{1000 \cdot 0{,}6}{13600}$$
$$h_2 = 0{,}0441 m$$

$$m_1 = \rho_1 \cdot V_1$$
$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$$
$$V_1 = \frac{0{,}3}{1000} = 0{,}0003\, m^3$$
$$V_1 = S_1 \cdot h_1$$
$$h_1 = \frac{V_1}{S_1}$$
$$h_1 = \frac{0{,}0003}{0{,}0005} = 0{,}6\, m$$

1.417. U dva kraka cijevi oblika U naliveni su voda i ulje odijeljeni živom. Granice žive i tekućina u oba kraka na istoj su razini. Kolika je visina h_1 stupca vode ako je visina stupca ulja 20 cm?

$\rho_2 = 900\ kg/m^3$
$h_2 = 20\ cm = 0,2\ m$
$h_1 = ?$



$$p_1 = p_2$$
$$\rho_1 \cdot h_1 \cdot g = \rho_2 \cdot h_2 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$
$$h_1 = \frac{\rho_2 \cdot h_2}{\rho_1}$$
$$h_2 = \frac{900 \cdot 0,2}{1000}$$
$$h_2 = 0,18\ m$$

1.418. Koliko je visok stupac žive u živinom barometru koji odgovara tlaku $0,98 \times 10^5$ Pa?

$\rho = 13600\ kg/m^3$
$p = 0,98 \times 10^5\ Pa$
$h = ?$

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g}$$
$$h = \frac{0,98 \cdot 10^5}{13600 \cdot 9,81}$$
$$h = 0,73\ m$$

1.419. Kolikom silom pritišće zrak na površinu stola uz tlak $0,98 \times 10^5$ Pa?

$S = 1,2 \times 0,6 = 0,72\ m^2$
$p = 0,98 \times 10^5\ Pa$
$F = ?$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$
$$F = 0,98 \cdot 10^5 \cdot 0,72$$
$$F = 70560\ N$$

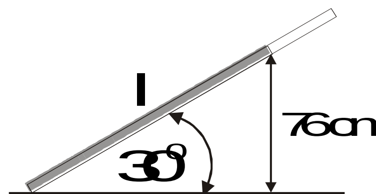
1.420. Kolikom silom pritišće zrak na ravan krov kuće dimenzija 20 m × 50 m?

$S = 20 \times 50 = 1000\ m^2$
$F = ?$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$
$$F = 101300 \cdot 1000$$
$$F = 101300000\ N$$

1.421. Barometarska cijev je prema horizontalnoj ravnini nagnuta pod kutom od 30^0. Kolika je duljina stupca žive u cijevi pri normiranome atmosferskom tlaku?

$p = 101300\ Pa$
$\alpha = 30^0$
$l = ?$



$$\sin\alpha = \frac{0,76}{l}$$
$$l = \frac{0,76}{\sin\alpha}$$
$$l = \frac{0,76}{\sin 30^0}$$
$$l = 1,52\ m$$

1.422. Odredi najveću visinu do koje se usisavanjem može podići ulje u nekoj cijevi ako je atmosferski tlak $9,86 \times 10^4$ Pa.

$p = 9{,}86 \times 10^4$ Pa
$\rho = 900$ kg/m^3
$h = ?$

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$h = \frac{p}{\rho \cdot g}$$
$$h = \frac{9{,}86 \cdot 10^4}{900 \cdot 9{,}81}$$
$$h = 11{,}16\ \text{m}$$

1.423. Odredi silu koja djeluje na površinu stola ako je površina 1,8 m^2, a tlak normiran.

$S = 1{,}8$ m^2
$p = 101300$ Pa
$F = ?$

$$F = p \cdot S$$
$$F = 101300 \cdot 1{,}8$$
$$F = 182340\ \text{N}$$

1.424. Koliki je atmosferski tlak na visini 3600 m iznad površine Zemlje? Tlak uz njezinu površinu je normiran, a smanjuje se svakih 10 m iznad Zemlje za otprilike 133,3 Pa.

$h = 3600$ m
$p_0 = 101300$ Pa
$\Delta h = 10$ m
$\Delta p = 133{,}3$ Pa
$p = ?$

$$p = p_0 - \frac{h}{\Delta h} \cdot \Delta p$$
$$p = 101300 - \frac{3600}{10} \cdot 133{,}3$$
$$p = 53312\ \text{Pa}$$

1.425. Na kojoj visini iznad Zemlje leti zrakoplov ako je tlak u kabini 100642 Pa, dok je na površini Zemlje tlak normiran?

$p = 100642$ Pa
$p_0 = 101300$ Pa
$\rho = 1{,}293$ kg/m^3
$h = ?$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}$$
$$h = \frac{101300 - 100642}{1{,}293 \cdot 9{,}81}$$
$$h = 51{,}8\ \text{m}$$

1.426. Koliko je dubok rudnički rov u kojemu je stupac žive u barometru visok 82 cm, a na Zemlji 78 cm?

$h_1 = 82$ cm
$h_2 = 78$ cm
$h = ?$

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$$
$$p_1 = 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}82$$
$$p_1 = 109401\ \text{Pa}$$

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$$
$$p_1 = 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}78$$
$$p_1 = 104064\ \text{Pa}$$

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}$$
$$h = \frac{109401 - 104064}{1{,}293 \cdot 9{,}81}$$
$$h = 378{,}18\ \text{m}$$

1.427. Koliko je teška mramorna kuglica promjera 1 cm u eteru?

ρ_M = 2800 kg/m^3
ρ_E = 730 kg/m^3
d = 1 cm
G = ?

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$
$$V = \frac{4}{3} \cdot 0{,}005^3 \cdot \pi$$
$$V = 5{,}24 \cdot 10^{-7}\ m^3$$

$$G = m \cdot g - F_U$$
$$G = \rho_M \cdot V \cdot g - \rho_E \cdot V \cdot g$$
$$G = (\rho_M - \rho_E) \cdot V \cdot g$$
$$G = (2800 - 730) \cdot 5{,}24 \cdot 10^{-7} \cdot 9{,}81$$
$$G = 0{,}01 N$$

1.428. Čovjek može pod vodom podići kamen kojega je obujam najviše 35 dm^3. Koliki teret može taj čovjek podizati u zraku ako je gustoća kamena 2,4 × 10^3 kg/m^3.

V = 35 dm^3 = 0,035 m^3
ρ_K = 2,4 × 10^3 kg
G = ?

$$G = m \cdot g - F_U$$
$$G = \rho_K \cdot V \cdot g - \rho_V \cdot V \cdot g$$
$$G = (\rho_K - \rho_V) \cdot V \cdot g$$
$$G = (2400 - 1000) \cdot 0{,}035 \cdot 9{,}81$$
$$G = 480{,}69 N$$

1.429. Odredi obujam komada željeza na koji, kad ga uronimo u alkohol, djeluje uzgon veličine 1,5 N?

F_U = 1,5 N
ρ = 790 kg/m^3
V = ?

$$F_U = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow V = \frac{F_U}{\rho \cdot g}$$
$$V = \frac{1{,}5}{790 \cdot 9{,}81}$$
$$V = 0{,}00019 m^3 = 0{,}19\ dm^3$$

1.430. Komad stakla ima u zraku težinu 1,4 N, a u vodi 0,84 N. Nađi gustoću stakla.

G_Z = 1,4 N
G_V = 0,84 N
ρ_S = ?

$$G_Z = m \cdot g - F_U$$
$$G_Z = \rho_S \cdot V \cdot g - \rho_Z \cdot V \cdot g$$
$$G_Z = (\rho_S - \rho_Z) \cdot V \cdot g$$

$$G_V = m \cdot g - F_U$$
$$G_V = \rho_S \cdot V \cdot g - \rho_V \cdot V \cdot g$$
$$G_V = (\rho_S - \rho_V) \cdot V \cdot g$$

$$\frac{G_Z}{G_V} = \frac{(\rho_S - \rho_Z) \cdot V \cdot g}{(\rho_S - \rho_V) \cdot V \cdot g}$$
$$\frac{G_Z}{G_V} = \frac{\rho_S - \rho_Z}{\rho_S - \rho_V}$$
$$G_Z \cdot (\rho_S - \rho_V) = G_V \cdot (\rho_S - \rho_Z)$$
$$\rho_S = \frac{G_Z \cdot \rho_V - G_V \cdot \rho_Z}{G_Z - G_V}$$
$$\rho_S = \frac{1{,}4 \cdot 1000 - 0{,}84 \cdot 1{,}293}{1{,}4 - 0{,}84}$$
$$\rho_S = 2498 \frac{kg}{m^3}$$

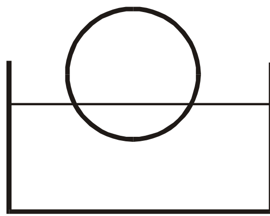
1.431. Poprečni presjek parobroda u ravnini površine vode iznosi 400 m^2. Nakon utovara parobrod zaroni 1 m dublje u vodu. Nađi težinu tereta koji je utovaren u parobrod.

S = 400 m^2
h = 1 m
G = ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$
$$p = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1$$
$$p = 9810 Pa$$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$
$$F = 9810 \cdot 400$$
$$F = 3924000 N$$
$$F = 3{,}924 \cdot 10^6\ N$$

1.432. Komad pluta pliva na vodi tako da je četvrtina njegova obujma pod vodom. Kolika je gustoća pluta?



$$V_U = \frac{1}{4}V$$

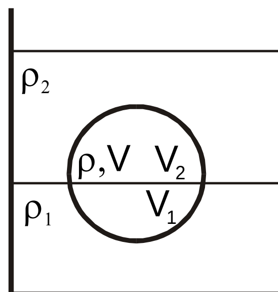
$$G = F_U$$
$$m \cdot g = \rho_V \cdot V_U \cdot g$$
$$\rho_P \cdot V \cdot g = \rho_V \cdot V_U \cdot g$$
$$\rho_P = \frac{\rho_V \cdot V_U \cdot g}{V \cdot g}$$
$$\rho_P = \frac{\rho_V \cdot \frac{1}{4} V \cdot g}{V \cdot g}$$
$$\rho_P = \frac{\rho_V}{4} = \frac{1000}{4}$$
$$\rho_P = 250 \frac{kg}{m^3}$$

1.433. Komad olova pliva u živi. Koliki je dio njegova obujma uronjen u živu?

$\rho_O = 11300$ kg/m^3
$\rho_Ž = 13600$ kg/m^3
$\frac{V_U}{V} = ?$

$$G = F_U$$
$$m \cdot g = \rho_Z \cdot V_U \cdot g$$
$$\rho_O \cdot V \cdot g = \rho_Z \cdot V_U \cdot g$$
$$\frac{V_U}{V} = \frac{\rho_O}{\rho_Z}$$
$$\frac{V_U}{V} = \frac{11300}{13600} = 0{,}83 = 83\,\%$$

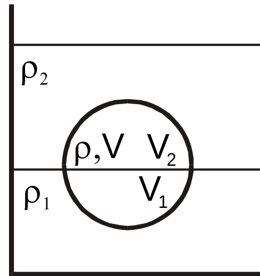
1.434. Na tekućinu gustoće ρ_1 nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću $\rho_2 < \rho_1$. Očito je da će neko tijelo gustoće ρ ($\rho_1 > \rho > \rho_2$) lebdjeti negdje u graničnom području između obiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu veće gustoće.



$$G = F_U$$
$$m \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$
$$\rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2$$
$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V_2 = V - V_1$$
$$\rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V - \rho_2 \cdot V_1$$
$$V_1 \cdot (\rho_2 - \rho_1) = V \cdot (\rho_2 - \rho)$$
$$V_1 = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} \cdot V$$

1.435. U posudi se nalazi živa i povrh nje ulje. Kugla koju spustimo u posudu lebdi tako da je svojom donjom polovicom uronjena u živu, a gornjom u ulje. Odredi gustoću kugle.

$V_1 = V_2$
$\rho_1 = 13600\ kg/m^3$
$\rho_2 = 900\ kg/m^3$
$\rho = ?$



$$G = F_U$$
$$m \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$
$$\rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$
$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2}{V}$$
$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} V$$
$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \frac{1}{2} V + \rho_2 \cdot \frac{1}{2} V}{V}$$
$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$
$$\rho = \frac{13600 + 900}{2} = 7250 \frac{kg}{m^3}$$

1.436. Tijelo u obliku kocke pliva na živi tako da je njegova četvrtina uronjena u živu. Koliki će dio tijela biti uronjen u živu ako na nju dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo?

$$G = F_U$$
$$m \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$
$$\rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_2 \cdot g$$
$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2}{V}$$
$$V_1 = \frac{1}{4} V \qquad V_2 = \frac{3}{4} V$$
$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \frac{1}{4} V + \rho_2 \cdot \frac{3}{4} V}{V}$$
$$\rho = \frac{1}{4} \cdot 13600 + \frac{3}{4} \cdot 1{,}293$$
$$\rho = 3401 \frac{kg}{m^3}$$

$$G = F_U$$
$$m \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_3 \cdot g$$
$$\rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot V_1 \cdot g + \rho_2 \cdot V_3 \cdot g$$
$$\rho_1 \cdot V_1 = \rho \cdot V - \rho_3 \cdot V_3$$
$$\rho_1 \cdot V_1 = \rho \cdot V - \rho_3 \cdot (V - V_1)$$
$$V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_3) = V \cdot (\rho - \rho_3)$$
$$V_1 = \frac{\rho - \rho_3}{\rho_1 - \rho_3} \cdot V$$
$$V_1 = \frac{3401 - 1000}{13600 - 1000} \cdot V$$
$$V_1 = 0{,}19 \cdot V$$

1.437. Težina tijela tri je puta manja u vodi nego u zraku. Kolika je gustoća tijela?

$G_Z = 3G_V$
$\rho = ?$

$$G_Z = 3 \cdot G_V$$
$$G_Z = m \cdot g - F_U \Rightarrow 3 \cdot G_V = m \cdot g - F_U$$
$$G_V = \frac{m \cdot g - F_U}{3}$$
$$G_V = m \cdot g - F_U$$

$$\frac{m \cdot g - \rho_Z \cdot V \cdot g}{3} = m \cdot g - \rho_V \cdot V \cdot g$$
$$\frac{\rho \cdot V \cdot g - \rho_Z \cdot V \cdot g}{3} = \rho \cdot V \cdot g - \rho_V \cdot V \cdot g$$
$$\frac{\rho - \rho_Z}{3} = \rho - \rho_V$$
$$2 \cdot \rho = 3 \cdot \rho_V - \rho_Z$$
$$\rho = \frac{3}{2} \cdot 1000 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}293$$
$$\rho = 1499{,}36 \frac{kg}{m^3}$$

1.438. Na jednoj zdjelici dvostrane vage leži komad srebra mase 10,5 g, a na drugoj komad stakla mase 13 g. Koja će strana prevagnuti ako vagu uronimo u vodu?

m_1 = 10,5 g
ρ_1 = 10500 kg/m^3
m_2 = 13 g
ρ_2 = 2500 kg/m^3

srebro:

$$F = G - F_U$$
$$F = m \cdot g - \rho_v \cdot V \cdot g$$
$$F = \rho_1 \cdot V \cdot g - \rho_v \cdot V \cdot g$$
$$F = (\rho_1 - \rho_V) \cdot V \cdot g$$
$$F = (10500 - 1000) \cdot V \cdot g$$
$$F = 9500 \cdot V \cdot g$$

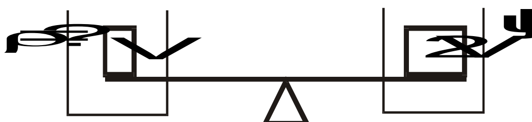
staklo:

$$F = G - F_U$$
$$F = m \cdot g - \rho_v \cdot V \cdot g$$
$$F = \rho_2 \cdot V \cdot g - \rho_v \cdot V \cdot g$$
$$F = (\rho_2 - \rho_V) \cdot V \cdot g$$
$$F = (2500 - 1000) \cdot V \cdot g$$
$$F = 1500 \cdot V \cdot g$$

prevagnuti će srebro

1.439. Dva tijela imaju obujam V i 2V te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo morali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži.

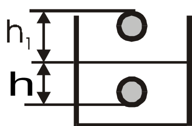
ρ_{ULJA} = 900 kg/m^3
ρ = ?



$$G - F_U = G - F_U$$
$$m \cdot g - \rho \cdot V \cdot g = m \cdot g - \rho_U \cdot 2 \cdot V \cdot g$$
$$\rho_T \cdot V \cdot g - \rho \cdot V \cdot g = \rho_T \cdot V \cdot g - \rho_U \cdot 2 \cdot V \cdot g$$
$$\rho_T - \rho = \rho_T - 2 \cdot \rho_U$$
$$\rho = 2 \cdot \rho_U$$
$$\rho = 2 \cdot 900$$
$$\rho = 1800 \frac{kg}{m^3}$$

1.440. Lopticu za stolni tenis, polumjera 15 mm i mase 5g, uronimo u vodu na dubinu 30 cm. Kad lopticu ispustimo, ona iskoči iz vode na visinu 10 cm iznad vode. Koliko se energije pritom pretvorilo u toplinu zbog otpora vode?

r = 15 mm = 0,015 m
m = 5 g = 0,005 kg
h = 30 cm = 0,3 m
h_1 = 10 cm = 0,1 m
Q = ?



$$Q = F_U \cdot h - m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_1$$
$$E_P = F_U \cdot h - m \cdot g \cdot h - Q$$

$$Q = 0{,}14 \cdot 0{,}3 - 0{,}005 \cdot 9{,}81 \cdot (0{,}3 - 0{,}1)$$
$$Q = 0{,}022\,J$$

$$F_U = \rho \cdot V \cdot g$$
$$F_U = 1000 \cdot \frac{4}{3} \cdot 0{,}015^3 \cdot \pi \cdot 9{,}81$$
$$F_U = 0{,}14\,N$$

1.441. Tijelo ima obujam 500 cm^3. Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase 440 g. Odredi težinu tijela u vakuumu.

$V = 500\ cm^3 = 0,0005\ m^3$
$m_{UT} = 440\ g = 0,44\ kg$
$G = ?$

$$G = m_{UT} \cdot g - \rho_Z \cdot V_{UT} \cdot g + \rho_Z \cdot V \cdot g$$
$$G = m_{UT} \cdot g - \rho_Z \cdot \frac{m_{UT}}{\rho_{UT}} \cdot g + \rho_Z \cdot V \cdot g$$
$$G = 0.44 \cdot 9,81 - 1,293 \cdot \frac{0,44}{8900} \cdot 9,81 + 1,293 \cdot 0,0005 \cdot 9,81$$
$$G = 4,32\ N$$

1.442. Kolika sila diže dječji balon u vis ako je napunjen vodikom, ima obujam 3 dm^3 i ako mu je masa zajedno s vodikom 3,4 g?

$V = 3\ dm^3 = 0,003\ m^3$
$m = 3,4\ g = 0,0034\ kg$
$F = ?$

$$F = F_U - G$$
$$F = \rho_Z \cdot V \cdot g - m \cdot g$$
$$F = 1,293 \cdot 0,003 \cdot 9,81 - 0,0034 \cdot 9,81$$
$$F = 0,0046\ N$$

1.443. Dječji balon obujma 4 dm^3 napunjen je rasvjetnim plinom. Zrak ga podiže uvis silom 9×10^{-3} N. Koliko je težak balon s plinom?

$V = 4\ dm^3 = 0,004\ m^3$
$F = 9 \times 10^{-3}\ N = 0,009\ N$
$G = ?$

$$F = F_U - G \Rightarrow G = F_U - F$$
$$G = \rho_Z \cdot V \cdot g - F$$
$$G = 1,293 \cdot 0,004 \cdot 9,81 - 0,009$$
$$G = 0,0417\ N$$

1.444. Radiosonda ima obujam 10 m^3 i napunjena je vodikom. Koliko tešku radioaparaturu može ponijeti ako ona sama ima masu 600 g?

$V = 10\ m^3$
$m = 600\ g = 0,6\ kg$
$F = ?$

$$F = F_U - G$$
$$F = \rho \cdot V \cdot g - m \cdot g$$
$$F = 1,293 \cdot 10 \cdot 9,81 - 0,6 \cdot 9,81$$
$$F = 120,95\ N$$

1.445. Stacionarni tok vode prolazi presjekom cijevi od 50 cm^2 brzinom 75 cm/s. Kolikom brzinom prolazi tok vode presjekom 10 cm^2.

$S_1 = 50\ cm^2$
$v_1 = 75\ cm/s$
$S_2 = 10\ cm^2$
$v_2 = ?$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$
$$v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2}$$
$$v_2 = \frac{50 \cdot 75}{10}$$
$$v_2 = 375\ \frac{cm}{s} = 3,75\ \frac{m}{s}$$

1.446. Glicerin protječe kroz cijev promjera 10 cm brzinom 2 m/s. Kolika je brzina strujanja u cijevi promjera 4 cm koja se nadovezuje na prvu?

d_1 = 10 cm = 0,1 m
v_1 = 2 m/s
d_2 = 4 cm = 0,04 m
v_2 = ?

$$S_1 = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$S_1 = \frac{0{,}1^2 \cdot \pi}{4} = 0{,}00785\,m^2$$

$$S_2 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}$$

$$S_2 = \frac{0{,}04^2 \cdot \pi}{4} = 0{,}00125\,m^2$$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2}$$

$$v_2 = \frac{0{,}00785 \cdot 2}{0{,}00125}$$

$$v_2 = 12{,}49\,\frac{m}{s}$$

1.447. Brzina protjecanja vode kroz široki dio horizontalne vodovodne cijevi jest 50 cm/s. Kolika je brzina vode u produžetku iste cijevi koji ima 2 puta manji promjer?

v_1 = 50 cm/s

$$d_2 = \frac{d_1}{2}$$

v_2 = ?

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2} = \frac{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot v_1$$

$$v_2 = \frac{d_1^2}{\frac{d_1^2}{4}} \cdot v_1 = 4 \cdot v_1$$

$$v_2 = 4 \cdot 50$$

$$v_2 = 200\,\frac{cm}{s} = 2\,\frac{m}{s}$$

1.448. Koliki je rad utrošen na svladavanje trenja pri prenošenju 25 cm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak 4×10^4 Pa do mjesta s tlakom 2×10^4 Pa?

V = 25 cm^3 = 0,000025 m^3
$p_1 = 4 \times 10^4$ Pa
$p_2 = 2 \times 10^4$ Pa
W = ?

$$W = \Delta p \cdot V$$

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V$$

$$W = (4-2) \cdot 10^4 \cdot 0{,}000025$$

$$W = 0{,}5\,J$$

1.449. Na svladavanje trenja pri premještanju 0,05 dm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak 4×10^4 Pa do nekoga drugog mjesta utrošen je rad 0,5 J. Koliki je tlak na drugome mjestu?

V = 0,05 dm^3 = 0,00005 m^3
$p_1 = 4 \times 10^4$ Pa
W = 0,5 J
p_2 = ?

$$W = \Delta p \cdot V$$

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V$$

$$W = p_1 \cdot V - p_2 \cdot V$$

$$p_2 = p_1 - \frac{W}{V}$$

$$p_2 = 4 \cdot 10^4 - \frac{0{,}5}{0{,}00005}$$

$$p_2 = 3 \cdot 10^4\,Pa$$

1.450. Kolika je brzina istjecanja 10^{-3} m^3 zraka koji se nalazi pod tlakom 1,44 × 10^4 Pa u prostor napunjen zrakom pri tlaku 0,96 × 10^4 Pa?

$V = 10^{-3} m^3$
$p_1 = 1,44 \times 10^4$ Pa
$p_2 = 0,96 \times 10^4$ Pa
$v = ?$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = (p_1 - p_2) \cdot V$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot V}{\rho \cdot V}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (1{,}44 - 0{,}96) \cdot 10^4}{1{,}293}}$$

$$v = 86{,}17 \frac{m}{s}$$

1.451. Ulje protječe kroz cijev promjera 6 cm srednjom brzinom 4 m/s. Kolika je jakost struje?

d = 6 cm = 0,06 m
v = 4 m/s
I = ?

$$I = S \cdot v$$

$$I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v$$

$$I = \frac{0{,}06^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4$$

$$I = 0{,}011 \frac{m^3}{s}$$

1.452. Kolika je jakost struje vode u cijevi promjera 4 cm ako je brzina toka 15 cm/s?

d = 4 cm
v = 15 cm/s
I = ?

$$I = S \cdot v$$

$$I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v$$

$$I = \frac{4^2 \cdot \pi}{4} \cdot 15$$

$$I = 4 \cdot \pi \cdot 15 = 60 \cdot \pi \frac{cm^3}{s} = 188{,}49 \frac{cm^3}{s}$$

1.453. Kojom se brzinom spušta razina vode u spremniku površine presjeka 2 m^2 ako je brzina istjecanja vode u odvodnoj cijevi presjeka 40 cm^2 jednaka 4 m/s? Kolika je jakost struje u spremniku?

$S_1 = 2\ m^2$
$S_2 = 40\ cm^2 = 0{,}004\ m^2$
$v_2 = 4$ m/s
$v_1 = ?$, $I = ?$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$v_1 = \frac{S_2 \cdot v_2}{S_1}$$

$$v_1 = \frac{0{,}004 \cdot 4}{2}$$

$$v_1 = 0{,}008 \frac{m}{s}$$

$$I = S \cdot v$$

$$I = 2 \cdot 0{,}008$$

$$I = 0{,}016 \frac{m^3}{s}$$

1.454. Kolika je teorijska brzina istjecanja tekućine iz otvora koji se nalazi 4,905 m ispod njezine najviše razine?

h = 4,905 m
v = ?

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}905} = 9{,}81 \frac{m}{s}$$

1.455. Posuda duboka 40 cm ima otvor na dnu. Kolika je brzina istjecanja tekućine kad je posuda posve puna?

h = 40 cm = 0,4 m
v = ?

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}4} = 2{,}8 \frac{m}{s}$$

1.456. Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 4 cm koji se nalazi 4,9 m ispod razine vode?

d = 4 cm
h = 4,9 m
I = ?

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}9} = 9{,}8 \frac{m}{s}$$

$$I = S \cdot v$$

$$I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v$$

$$I = \frac{0{,}04^2 \cdot \pi}{4} \cdot 9{,}8$$

$$I = 0{,}0123 \frac{m^3}{s} = 0{,}74 \frac{m^3}{min}$$

1.457. U širokom dijelu horizontalne cijevi voda teče brzinom 8 cm/s pri statičkom tlaku $14{,}7 \times 10^4$ Pa. U uskom dijelu te iste cijevi tlak je $13{,}3 \times 10^4$ Pa. Kolika je brzina u uskom dijelu cijevi? Trenje zanemarimo.

v_1 = 8 cm/s = 0,08 m/s
$p_1 = 14{,}7 \times 10^4$ Pa
$p_2 = 13{,}3 \times 10^4$ Pa
v_2 = ?

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 - p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2$$

$$v_2^2 = \frac{p_1 - p_2}{\frac{1}{2} \cdot \rho} + v_1^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} + v_1^2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (14{,}7 - 13{,}3) \cdot 10^4}{1000} + 0{,}08^2}$$

$$v_2 = 5{,}29 \frac{m}{s}$$

1.458. U horizontalnoj cijevi promjera 5 cm voda teče brzinom 20 cm/s pri statičkom tlaku $19{,}6 \times 10^4$ Pa. Koliki je tlak u užem dijelu cijevi promjera 2 cm?

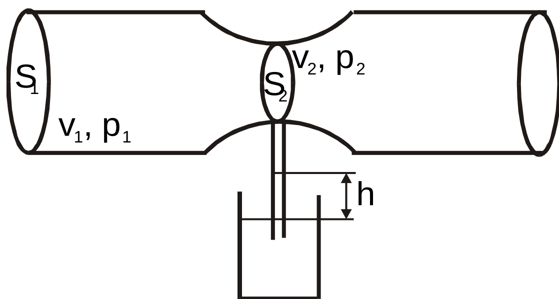
d_1 = 5 cm = 0,05 m
v_1 = 20 cm/s = 0,2 m/s
p_1 = 19,6 × 10^4 Pa
d_2 = 2 cm = 0,02 m
p_2 = ?

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$
$$v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2}$$
$$v_2 = \frac{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}}$$
$$v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot v_1$$
$$v_2 = \frac{0{,}05^2}{0{,}02^2} \cdot 0{,}2 = 1{,}25\ \frac{m}{s}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$
$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$
$$p_2 = 19{,}6 \cdot 10^4 + \frac{1000}{2} \cdot (0{,}2^2 - 1{,}25^2)$$
$$p_2 = 195238 Pa$$

1.459. Na koju će se visinu podići voda u cjevčici utaljenoj u uski dio horizontalne cijevi promjera 2 cm ako je u širokom dijelu cijevi promjera 6 cm brzina vode 30 cm/s pri tlaku 9,8 × 10^4 Pa?

d_1 = 6 cm
d_2 = 2 cm
v_1 = 30 cm/s = 0,3 m/s
p_1 = 9,8 × 10^4 Pa
h = ?

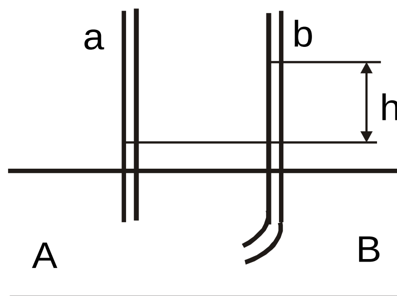


$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$
$$v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2}$$
$$v_2 = \frac{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}}$$
$$v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot v_1$$
$$v_2 = \frac{0{,}06^2}{0{,}02^2} \cdot 0{,}3 = 2{,}7\ \frac{m}{s}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$
$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$
$$p_2 = 9{,}8 \cdot 10^4 + \frac{1000}{2} \cdot (0{,}3^2 - 2{,}7^2)$$
$$p_2 = 94400 Pa$$

1.460. Kroz horizontalnu cijev AB teče tekućina. Razlika između razina tekućine u cjevčicama a i b jest h = 10 cm. Kolika je brzina kojom tekućina teče kroz cijev AB?

h = 10 cm = 0,1 m
v = ?



$$\frac{\rho \cdot v^2}{2} = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}$$
$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1}$$
$$v = 1{,}4\ \frac{m}{s}$$